BERNARD BOLZANO-GESAMTAUSGABE

HERAUSGEGEBEN VON EDUARD WINTER †, JAN BERG,
FRIEDRICH KAMBARTEL, JAROMÍR LOUŽIL, BOB VAN ROOTSELAAR

REIHE I

SCHRIFTEN

BAND 13

DRITTER TEIL

WISSENSCHAFTSLEHRE

BERNARD BOLZANO

WISSENSCHAFTSLEHRE

§§ 349–391

HERAUSGEGEBEN

VON

JAN BERG

FRIEDRICH FROMMANN VERLAG · GÜNTHER HOLZBOOG

STUTTGART-BAD CANNSTATT 1992

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme

Bolzano, Bernard:

Bernard-Bolzano-Gesamtausgabe/hrsg. von Eduard Winter ...
– Stuttgart-Bad Cannstatt : frommann-holzboog.

Reihe 1, Schriften.
ISBN 3-7728-0074-2
NE: Winter, Eduard [Hrsg.]; Bolzano, Bernard: [Sammlung]

Bd. 13. Wissenschaftslehre.
Teil 3. §§ 349–391/hrsg. von Jan Berg. – 1992
ISBN 3-7728-0453-~~5~~ 3
NE: Berg, Jan [Hrsg.]

© FRIEDRICH FROMMANN VERLAG · GÜNTHER HOLZBOOG
STUTTGART-BAD CANNSTATT 1992
SATZ UND DRUCK: OFFIZIN CHR. SCHEUFELE, STUTTGART
EINBAND: HEINR. KOCH, TÜBINGEN

INHALTSVERZEICHNIS

Einleitung des Herausgebers 9

Bernard Bolzano: Wissenschaftslehre 21

Vierter Theil. Erfindungskunst
Zweites Hauptstück. Besondere Regeln.
§. 349.* **I.** Erfindung zweckmäßiger Aufgaben. 23
§. 350.* **II.** Erklärung einer durch unser Bewußtseyn gegebenen Vorstellung. 29
§. 351. Fehler bei diesem Geschäfte. 34
§. 352. **III.** Ob eine gegebene Vorstellung real oder imaginär, mit oder ohne Gegenstand sey. 36
§. 353. **IV.** Ob eine gegebene Gegenstandsvorstellung nur einen oder mehre Gegenstände habe. 37
§. 354. **V.** Ob eine gegebene Vorstellung überfüllt sey, und Reinigung derselben. 39
§. 355. **VI.** Untersuchungen des Verhältnisses gegebener Vorstellungen hinsichtlich ihres Umfanges. 40
§. 356. **VII.** Auffindung einer Vorstellung, die eine Aehnlichkeit zwischen gegebenen Gegenständen enthalte. 45
§. 357. **VIII.** Auffindung einer Vorstellung, die einen Unterschied zwischen gegebenen Gegenständen liefert. 47
§. 358. **IX.** Auffindung einer Beschaffenheit, welche gegebenen Gegenständen unter einer gegebene Menge, oder überhaupt ausschließlich zukommt. 51
§. 359. **X.** Auffindung einer Vorstellung, die eine gegebene Menge von Gegenständen umfasse. 54
§. 360. **XI.** Auffindung einer Vorstellung, die mehr als eine gegebene Menge von Gegenständen umfasse. 57

§. 361. **XII.** Auffindung einer Vorstellung, die weniger als eine gegebene Menge von Gegenständen umfasse. 58
§. 362. **XIII.** Auffindung einer Vorstellung, die eine gegebene Menge von Gegenständen genau umfasse. 63
§. 363. **XIV.** Auffindung einer Vorstellung, die weniger als eine gegebene Menge von Gegenständen, und mehr als einen gegebenen Theil derselben umfasset. 65
§. 364. **XV.** Auffindung einer Vorstellung, welche theils mehr, theils weniger als eine gegebene Menge umfaßt. 68
§. 365. **XVI.** Auffindung mehrer Vorstellungen, die erst zusammengenommen eine gegebene Menge von Gegenständen umfassen. 70
§. 366. **XVII.** Erklärung eines durch unser Bewußtseyn gegebenen Satzes. 74
§. 367. **XVIII.** Untersuchung, ob ein gegebener Satz analytisch oder synthetisch sey. 75
§. 368. **XIX.** Untersuchung des Verhältnisses gegebener Sätze unter einander. 76
§. 369.* **XX.** Prüfung der Wahrheit eines gegebenen Satzes. 77
§. 370.* **XXI.** Prüfung der Ueberzeugungskraft eines gegebenen Beweises. 81
§. 371.* Die gewöhnlichsten Fehler in Beweisen; und zwar **a)** hinsichtlich auf die Materie. 86
§. 372.* **b)** hinsichtlich auf die Form. 93
§. 373.* Verschiedene Kennzeichen der Fehlerhaftigkeit eines Beweises, und zwar **a)** wenn der Schlußsatz selbst falsch ist. 94
§. 374.* **b)** Wenn der Beweis zu viel beweiset. 95
§. 375.* **c)** Wenn er nicht alle Bedingungen benützet. 97
§. 376.* **d)** Wenn er am unrechten Orte sich auf Erfahrungen beruft, oder sie verschmäht. 99
§. 377. Beleuchtung einiger in den Schriften der Logiker berühmten Trugschlüssen. 100
§. 378. **XXII.** Auffindung des Grundes einer gegebenen Wahrheit. . 116
§. 379. **XXIII.** Entdeckung der Ursachen gegebener Wirkungen. . . 118
§. 380. Die gewöhnlichsten Fehler bei diesem Geschäfte. 136
§. 381. **XXIV.** Prüfung angeblicher Ursachen. 137
§. 382. Noch einige Regeln, die bei der Aufsuchung der Ursachen zu beobachten sind. 139

§. 383. **XXV.** Auffindung tauglicher Mittel zu gegebenen Zwecken. 141
§. 384. **XXVI.** Entdeckung der Wirkungen gegebener Ursachen. . . . 144
§. 385. **XXVII.** Erforschung der Urtheile anderer Wesen. 147
§. 386. **XXVIII.** Entdeckung der Absichten gegebener Handlungen. 149
§. 387. **XXIX.** Auslegung gegebener Zeichen. 156
§. 388. **XXX.** Entdeckung vorhandener Zeugnisse. 167
§. 389. **XXXI.** Prüfung der Glaubwürdigkeit gegebener Zeugnisse. . 170
§. 390. **XXXII.** Bestimmung der Glaubwürdigkeit eines Satzes aus dem Ansehen Aller, die ihn entweder annehmen oder verwerfen. 175
§. 391. **XXXIII.** Auffindung neuer, einen gegebenen Gegenstand betreffender Wahrheiten. 179

Bibliographie 185

Personenregister 191

Sachregister 194

Errata der Bernard Bolzano-Gesamtausgabe 211

EINLEITUNG DES HERAUSGEBERS

Grundlage dieser Edition ist die Originalausgabe der *Wissenschaftslehre* Bolzanos.[1] Im vorliegenden Teilband habe ich Bolzanos eigene Verbesserungen in seinem Handexemplar der WL, das sich in der Handschriftensammlung der Tschechischen Staatsbibliothek (Státní knihovna ČR) unter der Signatur »75 B 456« findet, berücksichtigt, ohne das im Text jeweils anzumerken.

Bei der Editionsarbeit an diesem Teilband der WL wurde ich durch eine Sachbeihilfe der Deutschen Forschungsgemeinschaft zur Finanzierung eines wissenschaftlichen Mitarbeiters unterstützt. Meinem Mitarbeiter, Herrn Peter Michael Schenkel, M.A., danke ich für wertvolle Hinweise.

Im vierten Teil der WL (§§ 322–391) behandelt Bolzano die *Heuristik* oder *Erfindungskunst*, d.h. die »Regeln, die bei der Erfindung neuer Wahrheiten zu beobachten sind« (§ 9 Anm. 3; vgl. auch § 15.2). Der vorangehende Teilband der Bernard Bolzano-Gesamtausgabe[2] enthält das erste Hauptstück der Heuristik (§§ 325–348), das die allgemeinen Regeln dieser Disziplin umfaßt. Der vorliegende Teilband der Gesamtausgabe enthält das zweite Hauptstück der Heuristik (§§ 349–391), das die besonderen Regeln dieser Disziplin umfaßt.

I. *Einfache und zusammengesetzte Vorstellungen*

Eine Aufgabe der Bolzanoschen speziellen Heuristik besteht darin, festzustellen, ob eine subjektive Vorstellung einfach oder zusammengesetzt ist. Im letzteren Fall sollte die Heuristik nach Bolzano auch Methoden liefern, mit de-

[1] Vgl. Bolzano (19) der Bibliographie am Ende dieses Teilbandes. Diese Originalausgabe wird in der Folge mit »WL« bezeichnet.

[2] Bolzano (1,13/2).

ren Hilfe die Konstituenten und die Verknüpfung der Konstituenten einer subjektiven Vorstellung bestimmt werden können. Zunächst stellt Bolzano eine intuitive Methode dar, mit einem niedrigen Wahrscheinlichkeitsgrad zu schätzen, ob eine vorgegebene subjektive Vorstellung einfach ist (§ 350).

Eine subjektive Vorstellung ist eine Erscheinung im Bewußtsein (§ 272), die eine objektive Vorstellung an sich als »Stoff« hat (§§ 48.3, 54, 271). Eine subjektive Vorstellung der Person X zur Zeit T mit dem Stoff α ist eine Beschaffenheit $\psi = h(X, T, \alpha)$. Die subjektiven Vorstellungen $\psi_1 = h(X_1, T_1, \alpha_1)$ und $\psi_2 = h(X_2, T_2, \alpha_2)$ sind genau dann identisch, wenn $X_1 = X_2$, $\alpha_1 = \alpha_2$ und die Zeitintervalle T_1 und T_2 sich überschneiden oder unmittelbar aneinander grenzen (§ 273.1). Um vorläufig zu untersuchen, ob eine subjektive Vorstellung $\psi = h(X, T, \alpha)$ einfach ist, sollte die Person X wiederholt ihre Aufmerksamkeit auf ψ richten und versuchen, eventuelle Teilvorstellungen introspektiv wahrzunehmen. Dabei könnte es vorkommen, daß X versehentlich einige gleichzeitige, aber nichtidentische subjektive Vorstellungen $\psi_i = h(X, T, \alpha_i)$ $(i \leqq n)$ als Teile von ψ erlebt. Um dies zu vermeiden, müßte sich X überlegen, ob es Vorstellungsoperationen gibt, mit deren Hilfe sich die Vorstellungen an sich $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ zur Vorstellung an sich α verbinden lassen. Gelingt es nicht, solche Vorstellungsoperationen zu finden, so müßten $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ für bloß mit α assoziierte subjektive Vorstellungen gehalten werden.

Wenn es dagegen gelingen würde, Vorstellungsoperationen (wie z.B. des Komplements, der Summe oder des Produkts) zu finden derart, daß die aus $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ zusammengesetzte Vorstellung an sich α' mit α identisch zu sein scheint, dann würde das nach Bolzano auf eine hinreichende und eine notwendige Bedingung für die Identität von α und α' hinweisen. Die hinreichende Bedingung läuft auf einen Substitutionstest im Gedanken hinaus. Wenn nämlich die Vorstellung an sich α in jeder erdenklichen Vorstellung an sich β, in der α vorkommt, durch α' »ersetzt«[3] wird und diese neue Vorstellung an sich β' in allen Sätzen an sich, die β enthalten, gegen β »ausgetauscht« werden kann, ohne daß ein Unterschied bemerkbar wird, dann sind wir zur Behauptung berechtigt, daß α' mit α und somit $h(X, T, \alpha')$ identisch ist. Eine notwendige Bedingung ergibt sich sofort für gegenständliche (nichtleere) Vorstellungen an sich, weil zwei Vorstellungen an sich nur dann identisch sind, wenn sie dieselbe Extension haben.

Die Einfachheit einer Vorstellung an sich und der entsprechenden subjektiven Vorstellung ist mit dem Begriff einer Grundwahrheit verbunden, und die

[3] Zu Bolzanos Operation der »Ersetzung« in Vorstellungen an sich siehe Bolzanos (1,13/2), Einleitung des Herausgebers, S. 14.

Grundwahrheiten spielen eine wichtige Rolle in Bolzanos Logik. Ein wahrer Satz an sich P ist genau dann eine Grundwahrheit, wenn es keine nichtleere Menge von Sätzen an sich gibt, die zu P in der Abfolgebeziehung[4] steht (§ 214). Ein *Begriff* ist nach Bolzano im wesentlichen eine Vorstellung an sich, die ohne Bezugnahme auf eine Raum-Zeit-Stelle bestimmbar ist (§ 73). Ist nun ein Begriff α einfach, so müßte es nach Bolzano eine Grundwahrheit der Form α *hat* b geben, wobei b eine Beschaffenheitsvorstellung ist. Diese Feststellung ist bedeutsam für die Interpretation eines impliziten Postulats der Bolzanoschen Beweistheorie. Denn es gibt viele einfache Begriffe (§ 78.1 & Anm. 2) und daher mehrere Grundwahrheiten. In seiner Darstellung der Beweistheorie drückt sich Bolzano in diesem Punkt zögernd aus (§§ 214–215).

Einfache Vorstellungen an sich können nicht logisch leer sein in dem Sinne, daß sie einander widersprechende Bestandteile enthalten. Einfache Vorstellungen an sich sind daher nicht imaginär, sondern real (§ 70). Einige reale Vorstellungen sind gegenständlich (§§ 50, 66), und einige gegenständliche Vorstellungen an sich sind Einzelvorstellungen (§ 68), die sich auf einen einzigen Gegenstand beziehen. Bolzano beschreibt eine Testmethode, die in vielen Fällen zu einer Entscheidung führen kann, ob eine Vorstellung an sich eine Einzelvorstellung ist oder nicht (§ 353). Mit »$\alpha \cap \beta$« sei die Vorstellung aller x derart, daß x Gegenstand von α und β ist, bezeichnet; ferner sei $\bar{\alpha}$ das Komplement von α. Man versuche nun, zu einer vorgegebenen Vorstellung an sich α eine Vorstellung an sich β zu finden derart, daß sowohl $\alpha \cap \beta$ als auch $\alpha \cap \bar{\beta}$ gegenständlich ist. Gelingt dies nicht, so kann man mit einem gewissen Grad an Zuversicht folgern, daß α eine Einzelvorstellung ist.

II. *Die heuristische Analyse von Urteilen*

Ein *Urteil* im Sinne Bolzanos ist aus subjektiven Vorstellungen zusammengesetzt (§ 291.1–4). Jedes Urteil hat einen Satz an sich P als *Stoff* (§§ 34.3.a, 291.1) und konkrete Existenz im Geist einer Person (§§ 34.3.b–c, 291.2, 297), die P für wahr hält (§ 34.2). Somit ist ein Urteil der Person X zur Zeit T mit dem Stoff P eine Beschaffenheit $U = h(X, T, P)$. Die Urteile $U_1 = h(X_1, T_1, P_1)$ und $U_2 = h(X_2, T_2, P_2)$ sind genau dann *identisch*, wenn $X_1 = X_2$, $P_1 = P_2$ und es keinen Zeitpunkt t_3 gibt derart, daß $T_1 < t_3 < T_2$ (§ 292). Der Identitätsbegriff

[4] Vgl. Bolzano (1,12/2), Einleitung des Herausgebers, S. 12–22.

für Urteile wird daher im wesentlichen auf die Identität von Sätzen an sich zurückgeführt.[5]

Um heuristisch zu untersuchen, wie ein Urteil $U = h(X, T, P)$ zusammengesetzt ist, sollte die Person X wiederholt ihre Aufmerksamkeit auf U richten und versuchen, die Bestandteile introspektiv wahrzunehmen (§ 366). Von den subjektiven Vorstellungen, die dabei in Erscheinung treten, sollten zunächst die mit P zufällig assoziierten ausgeschlossen werden. Danach müßte versucht werden, diejenigen Vorstellungen an sich, die in den verbliebenen subjektiven Vorstellungen als Stoff enthalten sind, in einem Gedankenexperiment zu einem Satz an sich P' zu verbinden, der mit P identisch zu sein scheint. Und zwar ist zu vermuten, daß P' mit P identisch ist, wenn alle erdenklichen Bestandteile von P auch in P' vorkommen und umgekehrt und wenn gleiche Bestandteile in derselben Weise verbunden sind.

Eine notwendige Bedingung für die Identität zweier Urteile ist, daß die Sätze an sich, die in den beiden Urteilen als Stoff enthalten sind, dieselben logischen Konsequenzen haben. Diese Bedingung ist allerdings nicht hinreichend, sondern zeigt nur, daß die Sätze an sich logisch äquivalent (gleichgültig) sind. Die Behauptung, daß die logische Äquivalenz die Identität von Sätzen an sich nicht impliziert, bildet den Ausgangspunkt des Beweises für die Existenz unendlicher Mengen in den *Paradoxien des Unendlichen*.[6]

Nach Bolzano besteht ein Unterschied zwischen dem Fürwahrhalten eines Satzes an sich P in einem Urteil und dem bloßen Denken oder subjektiven Vorstellen von P (§§ 34.2.d & Anm. 2, 290). Die subjektive Vorstellung $\psi = h(X, T, \alpha)$ ist genau dann ein Denken von P, wenn P Gegenstand der Vorstellung an sich α ist. Bolzanos Konzeption steht mit der wissenschaftlichen Praxis durchaus im Einklang. Beim reinen Denken eines Satzes an sich überlegt man sich, was der Satz beinhalten würde, wenn er wahr wäre. Danach könnte man zunächst versuchen, den Satz aus bekannten logischen Wahrheiten herzuleiten. Gelingt dies, so kann der Satz in einem Urteil als logisch wahr behauptet werden. Gelingt dies aber nicht, so ist zu vermuten, daß der Satz empirisch ist. In diesem Fall könnte man die hypothetische Annahme machen, daß der Satz wahr sei, und daraus logische Konsequenzen folgern. Wenn sich diese Konsequenzen daraufhin bestätigen lassen, kann der Satz in einem Urteil mit einem gewissen Wahrscheinlichkeitsgrad behauptet werden.

[5] Zur Beziehung der strikten Identität zwischen Sätzen an sich siehe Bolzano (1,13/1), Einleitung des Herausgebers, S. 13–14.

[6] Bolzano (53), § 13. Vgl. auch WL § 32. Anm.

Die Überprüfung der Identität von Gedanken, die Sätze an sich zum Stoff haben, wird also auf das subjektive Kriterium für Vorstellungen zurückgeführt. Bolzano drückt sich allerdings am Ende des § 366 ein bißchen elliptisch aus, wenn er behauptet, daß das subjektive Identitätskriterium für Urteile auch auf subjektive Vorstellungen von Sätzen an sich angewandt werden könne.

Sind die Bestandteile eines Satzes an sich bekannt, so ergibt sich die Bestimmung der Eigenschaften dieses Satzes und der ihn enthaltenden Urteile (§ 367). Dadurch können beispielsweise solche Fragen beantwortet werden wie die, ob der Satz ein Begriffs- oder Anschauungssatz sei (§ 133) oder ob er analytisch oder synthetisch sei (§ 148). Ferner können Beziehungen zwischen Mengen von Sätzen an sich wie Verträglichkeit (§ 154), Ableitbarkeit (§ 155) und andere Beziehungen, die sich aufgrund dieser definieren lassen, analysiert werden (§ 368).

III. *Beweistheoretische Heuristik*

Die Heuristik muß Methoden angeben für die Überprüfung des Wahrheitswertes eines Satzes, der nicht eine Grundwahrheit ist. Die Menge der wahren Sätze an sich ist durch die Abfolgebeziehung in Beweisbäume[7] strukturiert. Beweisbäume, die aus Begriffswahrheiten (§ 131) hervorgehen, sind endlich (§ 221.3). Bolzano gibt eine heuristische Methode an, zu prüfen, ob ein Satz an sich beweisbar ist. Dabei verwendet er die regressive Methode, die er in seiner allgemeinen Heuristik eingeführt hat (§§ 327.3.b, 329.7).[8]

Aufgrund der erwiesenen Endlichkeit des Beweisbaumes für einen Begriffssatz, kann Bolzano ein Entscheidungsverfahren für solche Sätze angeben, das in der Praxis häufig zu einem Ergebnis führen würde (§ 369). Bei einem regressiven Beweis geht man im allgemeinen von dem zu beweisenden Satz an sich P aus und sucht Sätze an sich, aus denen P logisch ableitbar ist. Gibt es unter diesen neuen Sätzen an sich welche, die nicht unmittelbar für wahr gehalten werden können, so müssen sie zu Ausgangspunkten für das Suchen nach weiteren Sätzen an sich genommen werden, aus denen sie ihrerseits logisch ableitbar sind. Wenn auf diese Weise eine Baumstruktur erzeugt wird, bei der alle Äste in für wahr gehaltene Sätzen an sich münden, dann ist P bewiesen. Bolzanos Entscheidungsverfahren für einen Begriffssatz P läuft nun auf folgendes hinaus: Man stelle

[7] Vgl. Bolzano (1,12/2), Einleitung der Herausgebers, S. 19.

[8] Vgl. Bolzano (1,13/2), Einleitung des Herausgebers, S. 28–30.

sich alle oder fast alle Sätze vor, die aus den in *P* enthaltenen Begriffen hätten zusammengesetzt werden können, und prüfe, ob *P* zu einer Teilmenge dieser Sätze im Abfolgeverhältnis steht. Ist dies der Fall, so wird man die Wahrheit dieser Sätze leichter als die des Satzes *P* erkennen können, weil die Komplexität der Sätze an sich in einem Zweig eines Bolzanoschen Beweisbaumes im allgemeinen nach oben abnimmt (§ 221.2).[9] Andernfalls wird das Verfahren mit den neuen Sätzen wiederholt.

Bei empirischen Sätzen an sich, die mindestens eine Anschauung wesentlich enthalten,[10] muß man sich von vornherein damit abfinden, daß sich ihre Wahrheit mit Hilfe des soeben dargestellten Entscheidungsverfahrens nie endgültig beweisen läßt, denn der Beweisbaum der kausalen Erklärung eines physikalischen Zustandes ist unendlich (§ 216). Die Falschheit eines empirischen Satzes an sich kann jedoch logisch bewiesen werden, wenn der Satz einem im Sinne Bolzanos analytischen Satz[11] widerspricht. Im allgemeinen kann ein empirischer Satz an sich nur mit einem gewissen Grad an Wahrscheinlichkeit, der von der Anzahl der bestätigenden Wahrnehmungen abhängig ist, behauptet werden.

In diesem Zusammenhang (§ 369) führt Bolzano eine dritte Kategorie von Sätzen an sich ein, nämlich gewisse sehr allgemeine empirische Sätze, deren Wahrheitswert nicht mit Hilfe der Erfahrung begründet werden kann. Als Beispiele erwähnt er die Sätze:

> Keine Substanz vergeht in der Zeit.
>
> Einige unserer Willensentschlüsse erfolgen ohne bestimmenden Grund.

Solche Sätze nennt Bolzano »transzendental«. Zu dieser Gattung gehören auch die beiden Induktionsprinzipien, die er in seiner Schlußlehre eingeführt hat (§ 253.2.a–b).[12]

Das Problem der transzendentalen Sätze geht auf Humes Versuch, die Induktion zu begründen, zurück. Hume fragte sich, ob ein erkanntes, wahres Prinzip π existiere derart, daß, wenn *Q* aus *P* induktiv abgeleitet worden ist, dann *Q* aus π und *P* logisch gefolgert werden kann. Es gibt jedoch keine logische

[9] Vgl. Bolzano (1,12/2), Einleitung des Herausgebers, S. 14, 22.

[10] Vgl. Bolzano (1,13/1), Einleitung des Herausgebers, S. 20.

[11] Vgl. Bolzano (1,12/1), Einleitung des Herausgebers, S. 18–19.

[12] Siehe Bolzano (1,12/1), Einleitung des Herausgebers, S. 31–32.

(»demonstrative«) Wahrheit, die Humes Bedingung erfüllen kann. Denn wenn π logisch wahr ist und Q aus P und π logisch folgt, dann folgt Q logisch aus P, was der Voraussetzung widerspricht. Ein Prinzip π, das Humes Bedingung erfüllt, muß daher eine empirische Wahrheit sein. Hume hat allerdings eingesehen, daß ein solches Induktionsprinzip π nicht durch Induktionsschlüsse begründet werden kann, weshalb diese – so folgert Hume hieraus – keine vernünftige Begründung haben können.

Humes Problem der Begründung der Induktion bietet einen der Ausgangspunkte für Kants Spätphilosophie. Kant versuchte den Humeschen Skeptizismus dadurch zu vermeiden, daß er Induktionsprinzipien für »synthetische Urteile a priori« erklärt, d. h. für nichtanalytische Sätze, die unabhängig von der menschlichen Erfahrung (im Sinne Kants) als wahr erkannt werden können und daher keiner empirischen Bestätigung bedürfen. Bolzanos transzendentale Sätze an sich entsprechen somit den synthetischen Urteilen a priori bei Kant.

Am Ende des § 370 macht Bolzano eine beweistheoretisch interessante Bemerkung über inkorrekte Beweise. Solche Argumente können nach ihm manchmal lehrreich sein. Beispielsweise könnte eine inkorrekte Herleitung korrekte Zwischenergebnisse oder logisch interessante Konstruktionen enthalten, die zur Aufdeckung von Theoremen auf angrenzenden Gebieten führen. Charakteristische Fehler bei inkorrekten Beweisen werden in den §§ 371–372 analysiert. Daran schließt sich eine ausführliche Darstellung klassischer Trugschlüsse an (§ 377).

Eine spezielle Art von Inkorrektheit eines angeblichen Beweises liegt vor, wenn das Argument zu einem falschen Satz führt (§ 373). Als Beispiel erwähnt Bolzano den Satz, daß kein synthetisches Urteil über das Kantische Ding an sich möglich sei. Ein scheinbarer Beweis für diesen Satz müßte inkorrekt sein, denn nach Bolzano entspricht eben der Satz selbst einem synthetischen Urteil über das Ding an sich. Einen Gegenbeweis dieser Form hat er vorgebracht bei der Beantwortung der Frage, ob es Grenzen grundsätzlicher Art für das menschliche Erkenntnisvermögen gebe (§ 314). Bolzanos Argument für die negative Antwort auf diese Frage ist bei Lichte besehen äußerst komplex[13] und zeigt, daß auch korrekte, aber kompakte Argumente für den Interpreten sehr lehrreich sein können.

[13] Vgl. Bolzano (1,13/2), Einleitung des Herausgebers, S. 12–16.

IV. *Glaubwürdigkeit von Zeugenaussagen*

Aufgabe der Heuristik ist auch, die Glaubwürdigkeit von Sätzen an sich zu bestimmen, wenn deren Wahrheit nicht mit Sicherheit festgestellt werden kann. Den Begriff der Glaubwürdigkeit eines Satzes an sich hat Bolzano bereits gegen Ende des erkenntnistheoretischen Teils der WL eingeführt (§ 317.3).[14] In der speziellen Heuristik geht es insbesondere um die Überprüfung der Glaubwürdigkeit von Zeugenaussagen (§ 389) und um die Bestimmung der Glaubwürdigkeit eines Satzes an sich aufgrund von mehr oder weniger glaubwürdigen Zeugenaussagen (§ 390).

Der Ausgangspunkt für Bolzanos Erörterungen zu diesem Thema in der WL findet sich in seinem *Lehrbuch der Religionswissenschaft*.[15] Hier untersucht er die Glaubwürdigkeit von Wunderberichten mit Hilfe wahrscheinlichkeitstheoretischer Überlegungen (RW II, §§ 15–27).[16] Der folgenden Darstellung legen wir seine Begriffsbildung in der WL zugrunde.

Den Satz an sich Q wollen wir eine »*Variante*« des Satzes an sich P bezüglich der Folge ζ von Vorstellungen an sich nennen, wenn es eine zulässige Folge ζ' gibt mit $Q = P(\zeta/\zeta')$, wobei sich $P(\zeta/\zeta')$ von P nur dadurch unterscheidet, daß die Vorstellungen an sich ζ' an genau denjenigen Stellen auftreten, an denen P die Vorstellungen an sich ζ enthält. Daß eine für ζ einzusetzende Folge ζ' zulässig ist, bedeutet, daß jedes Glied von ζ' zum von Bolzano vorausgesetzten Variationsbereich des entsprechenden Gliedes von ζ gehört. Der *Gültigkeitsgrad* $\gamma(P, \zeta)$ eines Satzes an sich P bei Variation der Vorstellungen an sich der Folge ζ wird von Bolzano als das Verhältnis der Anzahl der wahren Varianten zur Anzahl aller Varianten von P bezüglich ζ eingeführt (§ 147). In allen Beispielen Bolzanos fungiert dieser Gültigkeitsgrad als eine diskrete Wahrscheinlichkeitsdichte auf dem Stichprobenraum, die dem Laplaceschen impliziten Symmetrieprinzip genügt. Durch »$w(P, \Gamma, \zeta)$« sei die *Wahrscheinlichkeit* des Satzes an sich P bezüglich der Menge Γ von Sätzen an sich und der Folge ζ von Vorstellungen an sich bezeichnet. Bolzanos bedingte Definition des Wahrscheinlichkeitsbegriffs kann dann wie folgt ausgedrückt werden (§ 161.1):

[14] Vgl. Bolzano (1,13/2), Einleitung des Herausgebers, S. 24–25.

[15] Fortan mit »RW« bezeichnet.

[16] Für ausführliche Darstellungen siehe Dorn (1) und Ganthaler (1).

Wenn Γ verträglich bezüglich ζ ist, dann ist

$$w(P, \Gamma, \zeta) = \frac{\gamma(\{P\} \cup \Gamma, \zeta)}{\gamma(\Gamma, \zeta)},$$

wobei alle Bestandteile von P in den Elementen von Γ vorkommen.

In der RW unterscheidet Bolzano zwischen drei im Zusammenhang mit Wunderberichten relevante Arten von Wahrscheinlichkeit. Die *innere* Wahrscheilichkeit von P ist $w(P, \Gamma, \zeta)$, wobei Γ keine Zeugenaussage enthält (RW II § 15.14). Die *äußere* Wahrscheinlichkeit von P ist $w(P, \Delta, \zeta)$, wobei Δ genau eine Zeugenaussage enthält (RW II § 15.14). Schließlich ist die *absolute* Wahrscheinlichkeit von P gleich $w(P, \Gamma \cup \Delta, \zeta)$, wobei Γ und Δ wie oben bestimmt sind (RW II § 15.13).

In der WL hat Bolzano die Begriffe der inneren und der äußeren Wahrscheinlichkeit genauer in sein logisches System integriert. Er nennt $w(P, \Gamma, \zeta)$ eine »*innere* Wahrscheinlichkeit« genau dann, wenn $w(P, \Gamma, \zeta) = r$ für irgendein $r\,(0 < r \leqq 1)$ und wenn es eine Menge Δ von Sätzen an sich gibt derart, daß P eine Abfolge aus $\Gamma \cup \Delta$ ist (§ 162.2). Daß dabei P nicht ein Element von Δ ist, folgt aus einem Postulat der Bolzanoschen Beweistheorie (§ 204). Gibt es keine solche Menge Δ, so ist die Wahrscheinlichkeit eine *äußere*.

Im Zusammenhang mit der Bewertung von Zeugenaussagen spielt der Multiplikationssatz eine zentrale Rolle (RW II § 15.15.b–c, WL § 161.11):

Wenn $\Gamma_1, \ldots, \Gamma_n$ verträglich bezüglich ζ sind, dann gilt
$w(P, \Gamma_1 \cap \ldots \cap \Gamma_n, \zeta) = w(P, \Gamma_1, \zeta) \cdot \ldots \cdot w(P, \Gamma_n, \zeta)$.

Um generell korrekte Ergebnisse zu erzielen, muß man hier außerdem voraussetzen, daß $\Gamma_1, \ldots, \Gamma_n$ einander paarweise ausschließen (WL § 159). Unter derselben Voraussetzung gilt das folgende Theorem (RW II § 15.15. d, WL § 161.17[17]):

$$w(P, \Gamma \cup \Delta, \zeta) = \frac{w(P, \Gamma, \zeta) \cdot w(P, \Delta, \zeta)}{w(P, \Gamma, \zeta) \cdot w(P, \Delta, \zeta) + (1 - w(P, \Gamma, \zeta))(1 - w(P, \Delta, \zeta))}.$$

Wenn also die innere Wahrscheinlichkeit eines Satzes an sich aufgrund der Struktur des Stichprobenraumes gleich r und dessen äußere Wahrscheinlichkeit aufgrund einer Zeugenaussage gleich s ist, dann ist die absolute Wahrscheinlich-

[17] Vgl. Bolzano (1,12/1), S. 230, Fußnote i.

keit des Satzes gleich $rs/(rs + (1-r)(1-s))$ (RW II § 19.2). In § 370 der WL wird eine Verallgemeinerung dieses Theorems erwähnt, die bereits früher in der WL (§ 161.17) bewiesen und in der RW (II § 15.15.e) als Korollar aufgestellt wurde.

In der WL führt Bolzano die Bewertung der Glaubwürdigkeit von Zeugenaussagen einen Schritt weiter, indem er eine neue Formel für die simultane Auswertung mehrerer solcher Aussagen angibt (§ 390). Vorausgesetzt sei ein Laplacescher Wahrscheinlichkeitsraum mit n Elementarereignissen und einer symmetrischen, diskreten Wahrscheinlichkeitsdichte. Ferner gebe es p Zeugen ($p \geqq 2$), deren Aussagen jeweils den Glaubwürdigkeitsgrad r_i ($i \leqq p$) habe. Nach Bolzano ist dann der Grad G der Glaubwürdigkeit eines Elementarereignisses aufgrund der p *einstimmigen* Zeugenaussagen

$$G(n, p, r_1, \ldots, r_n) = \frac{(n-1)^{p-1} r_1 \ldots r_p}{(n-1)^{p-1} r_1 \ldots r_p + (1-r_1) \ldots (1-r_p)}.$$

Diese Gleichung ist offensichtlich kein Theorem der Bolzanoschen Wahrscheinlichkeitstheorie, sondern als Definition ad hoc eingeführt. Ihrzufolge konvergiert G gegen 1, wenn n beliebig vergrößert wird, auch wenn alle r_i sehr viel kleiner als 1 sind.

Für zweifelhafte Zeugen, deren Glaubwürdigkeit gleich $\frac{1}{2}$ ist, erhält G den Wert

$$G(n, p, \tfrac{1}{2}) = \frac{(n-1)^{p-1}}{(n-1)^{p-1} + 1},$$

der ebenfalls gegen 1 konvergiert, wenn n oder p (für $n > 2$) ins Unendliche strebt. Anhand dieses Sonderfalls wird eine mögliche Begründung für Bolzanos Definition ersichtlich. Die Glaubwürdigkeit eines Elementarereignisses der inneren Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$ aus einem Stichprobenraum mit zwei Elementen darf nicht durch bloße Vermehrung der Aussagen zweifelhafter Zeugen (der äußeren Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$) den Wert $\frac{1}{2}$ übersteigen. Daher der Faktor $n - 1$. Ferner sollte die Glaubwürdigkeit eines Elementarereignisses aus einem Stichprobenraum hoher Mächtigkeit angesichts einstimmiger, aber zweifelhafter Zeugenaussagen nicht zu schnell gegen 1 konvergieren. Daher der Exponent $p - 1$. (Vielleicht wäre $p - 2$ sogar noch angemessener gewesen.)

Nach der allgemeinen Definition gilt also, daß, je unwahrscheinlicher ein Ereignis ist, d. h., je niedriger seine innere Wahrscheinlichkeit ist, desto größer

wird seine absolute Wahrscheinlichkeit G aufgrund lediglich zweier einigermaßen zuverlässiger Zeugen. Das Theorem der RW (II § 15.15.e) ergibt in diesem Fall eine erheblich langsamere Konvergenz. Das Anliegen der RW war, Wunderberichte systematisch zu bewerten. Offenbar hat Bolzano in der WL die Bestätigungsmöglichkeit der Offenbarung beschleunigen wollen.

JAN BERG

BERNARD BOLZANO

WISSENSCHAFTSLEHRE

ZWEITES HAUPTSTÜCK.

BESONDERE REGELN.

§. 349.*

I. *Erfindung zweckmäßiger Aufgaben.*

Wenn ich §. 325.[1] behauptete, daß es vortheilhaft sey, bei seinem Nachdenken immer von einer bestimmten Aufgabe auszugehen: so geschah dieß in der stillschweigenden Voraussetzung, daß diese Aufgabe zweckmäßig sey. Wohl dürfte also die Frage, was für Aufgaben wir unserem Nachdenken setzen sollen, zuweilen selbst schon eine sehr nützliche Aufgabe für unser Nachdenken seyn. Und da diese Frage nichts weniger als leicht zu beantworten ist, so mag hier eine kurze Anleitung, wie man bei dem Geschäfte der Aufsuchung einer Aufgabe vorzugehen habe, nicht am unrechten Orte erscheinen. Offenbar ist es aber, daß eine Aufgabe überhaupt um so zweckmäßiger sey, je mehr wir **a**) im Voraus schon erwarten können, daß wir die Wahrheit, welche wir uns in ihr zu suchen vornehmen, wirklich finden werden, und je größer **b**) der Nutzen ist, den wir uns von der Erkenntniß dieser uns bisher unbekannten Wahrheit versprechen dürfen. Denn obgleich nicht zu läugnen, daß wir auch bei der Beschäftigung mit einer ganz unfruchtbar scheinenden Frage durch Zufall zuweilen auf wichtige Entdeckungen geleitet werden können: so ereignet sich dieses doch äußerst selten, und der Vernünftige muß sich nach dem Wahrscheinlichsten richten. Gesetzt nun, der Grad der Wahrscheinlichkeit, daß wir die Wahrheit, deren Entdeckung wir uns in einer Aufgabe vornehmen, wirklich entdecken werden, wäre = **w**, der Nutzen aber, den die Erkenntniß dieser Wahrheit verspricht, hätte die Größe **U**: so wäre der Beweggrund, der uns bestimmen | könnte, uns an die Lösung 391
dieser Aufgabe zu wagen, nur von der Größe **w** · **U**. Der Werth dieser Größe verschwindet nicht nur, wenn **U**, sondern auch wenn **w** verschwindet. Wir dürfen und sollen also Aufgaben bei Seite setzen, bald weil die Wahrheit, um

[1] **Bolzano(1,13/2), S. 124–126.**

die es sich hier handelt, so sicher wir auch voraussehen könnten, daß sie uns nicht entgehen würde, fast keinen Nutzen hat, bald wieder weil, so wichtig auch ihre Erkenntniß wäre, doch eine allzugeringe Wahrscheinlichkeit, daß wir sie finden würden, bestehet. Da aber Beides, sowohl der Nutzen, welchen wir uns von einer Erkenntniß versprechen, als auch der Grad der Wahrscheinlichkeit, mit dem wir vermuthen, daß unser gegenwärtiger Versuch nicht vergeblich seyn werde, mit jedem Augenblicke sich ändern kann: so leuchtet ein, daß wir dieselbe Aufgabe, die wir das eine Mal mit Recht von uns wiesen, bei einer andern Gelegenheit mit Recht vornehmen können. Was insbesondere den Nutzen belangt, den wir uns von der Erkenntniß einer Wahrheit versprechen: so gibt es verschiedene Arten desselben. Gewisse Wahrheiten sind uns vornehmlich dazu nöthig, weil sie uns zur Erkenntniß unserer Pflichten führen. Hieher gehören theils die allgemeinen, sittlichen Wahrheiten, theils jene eigenthümlichen Verhältnisse, in denen gerade wir uns befinden, woraus wir entnehmen, was eben jetzt unsere Pflicht ist. Andere Wahrheiten dienen, uns die zur Erfüllung unserer Pflichten nöthige Lust und Kraft zu ertheilen; von dieser Art sind die Lehren von Gott, von der Unsterblichkeit unserer Seele, von dem Vorhandenseyn und dem Inhalte einer an uns ergangenen, göttlichen Offenbarung, u. dgl. Noch andere Wahrheiten zwecken auf die Verbesserung unsers irdischen Zustandes ab; sie sollen uns Mittel lehren, wie sich das menschliche Geschlecht von diesem und jenem drückenden Uebel befreien, und seinen Aufenthalt auf Erden veranehmlichen könne. Noch andere Wahrheiten endlich versprechen gar keinen unmittelbaren Nutzen, aber sie lassen hoffen, daß wir noch in der Folge sie werden anwenden lernen, oder es ist doch die Uebung im Denken, die ihre Auffindung gewähret, schätzbar. Gewisse Wahrheiten sind nur für uns allein, andere auch noch für tausend Andere brauchbar; einige nur eben uns,
392 andere bis jetzt noch allgemein unbekannt, u. s. w. | Man glaube nicht, daß die so eben beobachtete Ordnung in der Aufzählung dieser verschiedenen Arten von Wahrheiten auch schon diejenige sey, in der wir sie, die eine nach der andern, zum Gegenstande unsers Nachdenkens wählen sollen. Es kommt ja nicht auf die Art, sondern nur auf die Größe des Nutzens an, den eine Wahrheit leistet; und selbst eine, an sich sehr nothwendige Arbeit können wir gleichwohl mit gutem Gewissen auf einige Zeit verschieben, wenn aus dieser Verschiebung kein wesentlicher Nachtheil entspringt, und mittlerweile ein Geschäft abzuthun ist, das später nicht mehr wieder mit eben dem Vortheile hätte verrichtet werden können, oder durch das wir uns auch zu dem ersten fähiger machen. So viel ist jedoch außer Zweifel, daß uns die

Frage von dem, was unsere Pflicht sey, unter allen am häufigsten beschäftigen müsse. Bei Allem, was wir thun, soll uns das deutliche oder doch dunkle Bewußtseyn, daß es so recht sey, begleiten; und wenn nun auch, um dieß Bewußtseyn zu erzeugen, nicht eben immer ein eigentliches Nachdenken vorangehen muß: so wird ein solches doch sehr oft erfordert; und wer nicht die Gewohnheit hat, an seine Pflichten täglich zu denken, täglich sich zu befragen, ob sich nicht unter den Ansichten, die er von seinen Pflichten hat, irgend ein Irrthum befinde, oder ob nicht aus irgend einer Veränderung, die sich in seinen Verhältnissen ergab, auch eine Veränderung in seinen Obliegenheiten sich ergebe: der wird, so viel er auch übrigens wisse, gerade in demjenigen Theile der menschlichen Erkenntniß, wo Irren am schädlichsten und schändlichsten ist, nicht ohne grobe Irrthümer bleiben. Wenn es sich aber um die Erörterung einer Frage handelt, welche, so wichtig sie auch ist, doch eben nicht gleich auf der Stelle entschieden seyn muß, weil wir an unserm bisherigen Betragen doch nichts verändern dürften, wie wir sie auch entschieden hätten; oder wenn diese Frage von einer solchen Natur ist, daß wir sie unmöglich mit einmal abthun können; wenn sie vielleicht erfordert, daß wir sie Jahre lang untersuchen; wenn zur gehörigen Beurtheilung derselben ein reiferes Alter, als noch das unsrige ist, oder eine Fertigkeit im Denken, oder Vorkenntnisse und Erfahrungen, die uns bis jetzt noch mangeln, nothwendig sind: in allen diesen | Fällen wird es uns nicht zu verargen 393
seyn, wenn wir, auch ohne noch über diesen Gegenstand mit uns im Reinen zu seyn, von Zeit zu Zeit uns mit Untersuchungen von einer viel geringeren Wichtigkeit befassen. Hieraus begreift sich insonderheit, wie es für Menschen, die ein sehr ausgezeichnetes Talent dazu haben, oder in einem noch jugendlichen Alter oder unter Verhältnissen leben, die ihnen nichts Nützlicheres zu thun verstatten, erlaubt seyn könne, einen beträchtlichen Theil ihrer Zeit mit Untersuchungen zuzubringen, welche außer der Uebung, die sie im Denken gewähren, kaum einen andern, unmittelbaren Vortheil versprechen. Für jeden Menschen aber, so ungeübt auch seine Urtheilskraft sey, und so wenig Vorkenntnisse ihm auch bisher zu Gebote stehen, gibt es eine unendliche Menge nützlicher Wahrheiten, die er bald durch sein bloßes Nachdenken, bald durch die Verknüpfung dieses Nachdenkens mit einigen, leicht herbeizuführenden Wahrnehmungen kennen zu lernen vermöchte, wenn es ihm nur erst einfallen würde, sich ihre Aufsuchung zu einer Aufgabe zu machen, wenn nur erst seine Aufmerksamkeit auf sie gerichtet würde. Sollen wir also im Stande seyn, uns recht zweckmäßige Aufgaben auszuwählen: so ist nichts nothwendiger, als dahin zu wirken, daß uns nur erst recht

viele Fragen und Aufgaben *einfallen* möchten. Um diesen Zweck zu erreichen, also nur um die Aufmerksamkeit, wenn wir so eben nachdenken wollen, auf allerlei brauchbare Fragen zu leiten, um uns an nützliche Aufgaben nur zu *erinnern*, könnten (so däucht mir) Bücher, die eigens dazu abgefaßt wären, gute Dienste leisten. So lange uns kein solches, äußeres Hülfsmittel der Erinnerung zu Gebote stehet, bleibt uns nichts Anderes übrig, als uns des Vorrathes von Vorstellungen und Erkenntnissen, die wir schon haben, zu bedienen, um dadurch zu allerlei Begriffen von Kenntnissen, die uns noch fehlen, zu gelangen.

1) Erstlich kann uns schon jede einzelne *Vorstellung*, die wir in's Auge fassen, eine Veranlassung zu verschiedenen, zuweilen recht nützlichen Entdeckungen gewähren, wenn wir folgende Fragen auf sie beziehen, und die Beantwortung jener, die uns nach den besonderen Umständen dieses Falles
394 einigen Nutzen versprechen, zur Aufgabe unsers Nachdenkens | erheben: **a**) ob diese Vorstellung einfach oder zusammengesetzt, und aus welchen andern Vorstellungen sie zusammengesetzt sey? **b**) ob sie zur Classe der überfüllten Vorstellungen gehöre, und somit ohne Veränderung ihres Umfanges vereinfacht werden könne? **c**) ob ihr irgend ein Gegenstand entspreche oder doch entsprechen könne? **d**) ob sie nur einen einzigen oder mehre Gegenstände habe? **e**) welche Vorstellungen von einem weiteren, welche von einem engeren Umfange sind? **f**) welche, ihr gleichgeltenden Vorstellungen es gebe? **g**) welche Vorstellungen mit ihr in dem Verhältnisse einer Ausschließung, des bloßen Widerstreites oder des völligen Widerspruches, in dem Verhältnisse einer Verkettung, in dem einer Beiordnung mit ihr stehen? u. s. w.

2) Hat die Vorstellung, die wir betrachten, das Aussehen einer solchen, die sich auf einen wirklichen Gegenstand beziehet, so können wir erstlich fragen: **a**) ob ein Ding solcher Art, als wir es uns hier denken, nur möglich sey; dann **b**) ob es in Wirklichkeit Statt finde; **c**) ob es wohl gar Nothwendigkeit habe; **d**) welche Beschaffenheiten demselben nothwendig zukommen; **e**) welche es nur zufällig habe, und **f**) welche es bloß haben könnte.

3) Wenn unsere Vorstellung eine *Handlungsweise* betrifft, so können wir untersuchen: **a**) unter welchen Umständen eine solche Handlungsweise möglich oder unmöglich; **b**) unter welchen Umständen sie sittlich gut oder böse sey; **c**) welche Beweggründe zu ihr bestimmen könnten, u. s. w.

4) Sind es der Vorstellungen mehre, welche uns vorliegen, so können wir: **a**) nach ihrem Verhältnisse unter einander fragen, und dieß zwar hinsichtlich ihres Inhaltes sowohl als auch in Hinsicht ihres Umfanges. **b**) Wir können ferner, besonders wenn diese Vorstellungen Gegenstandsvorstellungen sind,

nach einer Vorstellung fragen, welche sie alle umfasse, d. h. nach einer Aehnlichkeit, welche die sämmtlichen, unter diesen Vorstellungen begriffenen Gegenstände unter einander haben. **c**) Nach einer Beschaffenheit, welche die unter diesen Vorstellungen begriffenen Gegenstände entweder nur von gewissen andern, oder von allen überhaupt unterscheide. **d**) Nach einer Vorstellung, welche entschieden *mehr* | als diese Gegenstände umfasse; oder **e**) 395
nach einer Vorstellung, die entschieden *weniger* umfasse; oder **f**) nach einer Vorstellung, die diese Gegenstände *genau* umfasse; oder **g**) nach einer Vorstellung, die mehr als diese, aber doch weniger als eine gegebene, andere Menge von Gegenständen umfasse; oder **h**) nach einer Vorstellung, die theils mehr, theils weniger als diese gegebene Menge von Gegenständen umfasse; oder **i**) nach mehren Vorstellungen, die erst zusammengenommen jene gegebene Menge von Gegenständen umfassen, u. s. w. **k**) Wir können endlich die gegebenen Vorstellungen zu ganzen Sätzen verbinden, und mit diesen die Untersuchungen vornehmen, die alsbald von Sätzen beigebracht werden sollen.

5) Liegen uns einige, einander *ausschließende* Vorstellungen **A**, **B**, **C**, ... vor, d. h. betrachten wir gewisse, von einander verschiedene Einzeldinge oder auch ganze Arten von Dingen, so können wir fragen: **a**) in welchen Stücken diese Dinge mit einander übereinkommen; **b**) in welchen sie von einander abweichen; **c**) ob es nicht irgend ein einzelnes Ding, oder eine ganze Gattung von Dingen gebe, die *zwischen* ihnen liegt, d. h. die dem **A** näher kommt als **B**, und dem **B** näher als **A**, u. s. w.

6) Ist es ein einzelner *Satz*, den wir in's Auge gefaßt haben, so können wir **a**) nach den Bestandtheilen desselben fragen; **b**) die logische Gattung, zu der er gezählt werden kann, bestimmen; ob er z. B. analytisch oder synthetisch sey u. dgl.; **c**) seine Wahrheit oder Falschheit untersuchen; **d**) durch Abänderung einzelner Theile an ihm allerlei andere Sätze bilden, mit denen wir eben das vornehmen, was jetzt gesagt worden ist, u. s. w.

7) Liegen uns mehre Sätze vor, so können wir nach den Verhältnissen derselben fragen; ob sie z. B. mit einander verträglich sind, in dem Verhältnisse einer Ableitbarkeit zu einander stehen, einander ausschließen, u. s. w.

8) Erscheint uns ein betrachteter Satz als *Wahrheit*, so können wir fragen: **a**) nach dem Beweise seiner Wahrheit; **b**) nach dem Grade der Zuversicht, mit dem wir ihn annehmen können; **c**) nach den ihm entgegenstehenden Schein- | gründen und nach der Art ihrer Widerlegung; **d**) ob er einen Grund 396
seiner Wahrheit habe, und worin dieser bestehe; **e**) welche weitere Folgerungen aus dieser Wahrheit sich ergeben; ob ihre Entdeckung nicht eine Verän-

derung in unsern Pflichten hervorbringe, oder zur Verbesserung unsers oder des Zustandes Anderer benützt werden könne? **f)** Wir können ferner fragen, ob die Beschaffenheit **p**, welche der Satz allen **S** beilegt, nicht auch noch einigen andern, unter **S** nicht begriffenen Gegenständen zukomme, d. h. ob er sich nicht *erweitern* lasse; ingleichen **g)** ob es auch Gegenstände, und welche es gebe, denen diese Beschaffenheit mangelt? U. s. w.

9) Sagt die Wahrheit, die wir vor uns haben, das Daseyn irgend eines wirklichen Gegenstandes oder einer Veränderung aus, so können wir fragen **a)** nach der Ursache; **b)** ob diese Ursache nicht in der Thätigkeit eines verständigen Wesens liege, und in diesem Falle, welchen Zweck das hervorbringende Wesen bei seiner Thätigkeit hatte? Wir können **c)** auch nach den Wirkungen dieses Gegenstandes fragen; ingleichen **d)** nach den Zwecken, zu denen er sich als Mittel gebrauchen ließe, u. s. w.

10) Haben wir mehre Wahrheiten von der Form: **A** hat **p**, **B** hat **p**, **C** hat **p** u. s. w., d. h. kennen wir mehre einzelne Gegenstände oder auch ganze Arten, denen eine Beschaffenheit **p** gemeinschaftlich zukommt, so können wir fragen: **a)** ob diese Gegenstände nicht noch mehre gemeinschaftliche Beschaffenheiten haben? **b)** in welchen Stücken sie sich noch unterscheiden?

11) Haben wir ein Paar Wahrheiten von der Form: **A** hat **p**, **B** hat nicht **p**, d. h. kennen wir ein Paar einzelner Gegenstände, oder ein Paar ganzer Arten, die sich in einer gewissen Beschaffenheit unterscheiden, so können wir fragen: **a)** was es für fernere Unterschiede unter denselben gebe? **b)** in welchen Stücken dagegen sie mit einander übereinkommen? u. s. w.

Anmerk. Ob der erwähnte Gedanke eines Buches der Ausführung werth sey, muß ich dem Urtheile Anderer überlassen. Gesetzt aber auch, daß man die Ausdehnung auf *alle* Fächer des menschlichen Wissens in einem und
397 eben demselben Werke nicht zweck- |mäßig fände, weil da ein Jeder die Fragen, die für ihn brauchbar sind, aus einer zu großen Menge anderer heraussuchen müßte: so wären doch Verzeichnisse von Fragen, die bald nur diese, bald jene Wissenschaft allein betreffen, oder noch besser Verzeichnisse von Fragen, die nur von Menschen einer gewissen Classe und in gewissen Verhältnissen beantwortet werden können, auf keinen Fall verwerflich. Auch hat man ja schon wirklich hieran gedacht, und z. B. Fragen an Reisende u. dgl. geschrieben. *Bacon*'s bekannte **desiderata**[2] aber sollten die sämmtlichen Wissenschaften umfassen, und würden also ein Verzeichniß von Fragen der ersten Art vorstellen.

[2] **Vgl. Bacon(2).**

§. 350.*

II. *Erklärung einer durch unser Bewußtseyn gegebenen Vorstellung.*

Ich hoffe, den Zweck dieses Hauptstückes, Anleitung zu besonderen Arten des menschlichen Nachdenkens zu ertheilen, am besten zu erreichen, wenn ich aus dem so eben gelieferten Verzeichnisse der sämmtlichen Aufgaben, die unser Nachdenken, wenn es auf die Entdeckung neuer Wahrheiten gerichtet ist, beschäftigen können, diejenigen heraushebe, die einer eigenen Anleitung bedürfen, und zugleich so beschaffen sind, daß sie in mehr als einer Wissenschaft vorkommen. Eine Aufgabe nun, welche uns fast in jeder Wissenschaft begegnet, ist die *Erklärung einer durch unser Bewußtseyn gegebenen Vorstellung*, d. h. die Forderung, daß wir auf eine der Wahrheit gemäße Art bestimmen, ob eine gewisse Vorstellung, die wir so eben in unserm eigenen Bewußtseyn vorfinden, einfach oder zusammengesetzt, und in dem letzteren Falle, aus welchen andern Vorstellungen und in welcher Verbindung sie aus denselben zusammengesetzt sey. Auf den ersten Blick möchte man zwar glauben, daß eine Frage der Art sehr leicht zu beantworten wäre; indem es doch Jeder, wie es scheint, selbst wissen muß, ob eine Vorstellung, die er besitzt, einfach oder aus Theilen und aus welchen Theilen und in welcher Verbindung derselben sie zusammengesetzt sey. Die Erfahrung aber lehrt, daß gerade diese Aufgabe eine der schwierigsten sey. Denn weil die meisten unserer Vorstellungen sich nicht zur Klarheit erheben, | oder was eben so viel 398
heißt, nicht von uns angeschaut werden: so geschieht dieß auch häufig mit jenen Theilvorstellungen, aus welchen irgend eine andere zusammengesetzt ist, selbst in dem Falle, wenn wir die letztere, sofern sie ein Ganzes ist, anschauen. Schauen wir aber die Theile, aus denen eine Vorstellung bestehet, nicht einzeln an: so ist es begreiflich, daß wir auch nicht das Urtheil, diese Vorstellungen seyen in jener als Theile vorhanden, aussprechen können. Bloß daraus also, weil wir die Theile, aus denen eine in uns so eben gegenwärtige Vorstellung zusammengesetzt ist, nicht auf der Stelle anzugeben wissen, sind wir noch gar nicht berechtigt zu schließen, daß sie dergleichen nicht habe, und somit einfach sey. Um auch nur mit einiger Sicherheit hierüber urtheilen zu können, müssen wir uns wiederholt bemühen, die Vorstellung, die wir nach ihrem Inhalte bestimmen wollen, bei uns zur Anschauung zu erheben, und dieser Anschauung eine möglichst anhaltende Dauer zu geben. Denn je länger die Anschauung dauert, um so mehr läßt

sich hoffen, daß wir auch jene einzelnen Theile, aus deren Verbindung sie etwa bestehet, wahrnehmen werden; besonders wenn wir unsere Aufmerksamkeit eigens auf die Erforschung dieser Theile richten, d.h. die Vorstellung mit dem entschiedenen Willen betrachten, auch die Theile, aus denen sie etwa zusammengesetzt seyn mag, zu gewahren. Geschieht es nun, daß wir bei aller Anstrengung unserer Aufmerksamkeit, und nach vielfältiger Wiederholung dieses Verfahrens nichts wahrnehmen, was als ein Theil unsrer Vorstellung angesehen werden könnte: nur dann erst wird es uns erlaubt seyn, mit einem nur sehr niedrigen Grade der Wahrscheinlichkeit zu vermuthen, daß unsere Vorstellung wirklich keine Theile habe, somit zur Classe der einfachen Vorstellungen gehöre. Es kann sich aber auch fügen, daß uns bei diesem längeren Anschauen unserer Vorstellung einige andere, die wirklich nicht Theile von ihr sind, sondern mit ihr bloß durch Gleichzeitigkeit zusammenhängen, etwa zu dem mit ihr verknüpften Bilde gehören, in die Augen fallen, und uns verleiten, sie für Theile derselben zu halten. Um uns hier nicht zu irren, müssen wir untersuchen, ob die Vorstellungen, die uns wie Theile der zu bestimmenden erscheinen, sich wirklich so ver-
399 binden lassen, | wie es seyn muß, wenn sie nur eine einzige, und zwar die zu bestimmende Vorstellung selbst ausmachen. Bekanntlich gehört hiezu, daß es dieser Vorstellungen mehre gebe, und daß sich darunter insonderheit auch gewisse Bindebegriffe, wie der des Habens, oder der Begriff Welches, und andere ähnliche befinden. Ist dieß nun nicht der Fall, so liegt am Tage, daß sich jene Vorstellungen auch nicht als Theile der zu bestimmenden ansehen lassen, und daß wir somit diese noch immer nicht für zusammengesetzt erklären dürfen. So mögen uns z.B. beim längeren Anschauen der Vorstellung: »roth,« immerhin auch die Vorstellungen: Rose, Blut u.m.a. einfallen. Da wir nicht finden, daß diese Vorstellungen so mit einander verknüpft sind, ja auch nur (ohne Hinzutritt gewisser anderer) so verknüpft werden können, wie es zur Bildung einer einzelnen Vorstellung nothwendig ist: so werden wir sie auch nicht für Theile der Vorstellung roth, sondern für Vorstellungen, die mit ihr nur associirt sind, erklären. Wenn wir im Gegentheile aus den besagten, oder sonst andern Vorstellungen **m**, **n**, **o**, ..., woher wir sie immer entlehnt haben mögen, im Stande sind, eine solche einzelne Vorstellung **M** zusammenzusetzen, von der es uns nicht gleich auf der Stelle einleuchtet, daß sie von derjenigen, die wir bestimmen sollen, **A**, verschieden sey: so beruhet die fernere Prüfung vornehmlich darauf, daß wir untersuchen, ob in allen denjenigen Verbindungen zu neuen Vorstellungen und zu ganzen Sätzen, in welche die eine der beiden Vorstellungen

A und **M** paßt, auch die andere[a] statt ihrer gesetzt werden könne, ohne daß uns ein Unterschied bemerklich würde. Gewahren wir keinen solchen Unterschied, so dürfen wir schließen, daß die Vorstellung **M**, d.h. die Vorstellung, die wir aus der Verbindung der Vorstellungen **m**, **n**, **o**, … bilden, wirklich nichts Anderes als die in ihre Theile aufgelöste Vorstellung **A** sey, und daß wir somit herausgebracht haben, aus welchen Theilen und in welcher Verbindung derselben diese zusammengesetzt sey. So können wir glauben, daß die Vorstellung des Wortes Nichts völlig die nämliche sey, die auch die Worte: Nicht Etwas, ausdrücken, weil wir in jedem Satze, wo jene vorkommt, ohne Veränderung des Sinnes auch diese anbringen können. | 400

Gehört die Vorstellung **A**, die wir erklären sollen, zur Classe der Gegenstandsvorstellungen, so ist begreiflich, daß die Vorstellung **M**, die wir durch die Zusammensetzung der **m**, **n**, **o**, **p**, … gebildet, nicht mit **A** einerlei seyn könnte, wenn auch nur ein einziger Gegenstand, der einer von beiden unterstehet, nicht beiden zugleich unterstände. Ist es uns also möglich, von einigen der **A** oder **M** unterstehenden Gegenständen eigene, von **A** und **M** noch unterschiedene Vorstellungen **X**, **X′**, **X″**, … zu erhalten: so wird es ein Mittel seyn, die Richtigkeit unserer Meinung, daß **M** und **A** einerlei Vorstellung sind, zu prüfen, wenn wir untersuchen, ob jeder der erwähnten Gegenstände beiden zugleich unterstehe, d.h. ob wir die sämmtlichen Sätze: **X** ist **A**, und **X** ist **M**; **X′** ist **A**, und **X′** ist **M**; **X″** ist **A**, und **X″** ist **M** u.s.w.; mithin auch überhaupt die beiden Sätze: jedes **A** ist **M**, und jedes **M** ist **A**, zugeben können. So prüfe ich z.B., ob die beiden Vorstellungen, welche der Ausdruck: Vieleck, und der Ausdruck: »eine geradlinig begrenzte Ebene,« in mir erwecken, einerlei objectiver Vorstellung zugehören, wenn ich untersuche, ob jedes Vieleck eine geradlinig begrenzte Ebene, und jede geradlinig begrenzte Ebene ein Vieleck sey. Finden wir, daß wohl jeder, der Vorstellung **A** unterstehende Gegenstand auch der **M** unterstehe, daß aber nicht umgekehrt alle der **M** unterstehenden der **A** unterstehen: so ist die Vorstellung **M** nicht einerlei mit **A**, sondern von *weiterem* Umfange. Es stehet also zu vermuthen, daß wir noch nicht alle Theile, aus welchen **A** zusammengesetzt ist, in **m**, **n**, **o**, **p**, … aufgefunden, oder sie wenigstens nicht in dieselbe Verbindung gebracht haben, in der sie in **A** erscheinen. Wir müssen also unsere Aufmerksamkeit neuerdings auf **A** richten, und sehen, ob wir nicht einige, bisher noch unbemerkte Theile **q**, **r**, **s**, … wahrnehmen können; Theile von solcher Art, die durch Verknüpfung mit den vorigen endlich eine Vorstellung geben, welche

[a] **WL**: »andern«.

die Prüfung bestehet. Gewahren wir keine, so müssen wir versuchen, ob sich nicht wenigstens durch eine andere *Verbindungsart* der Theile **m**, **n**, **o**, **p**, … eine Vorstellung, welche von engerem Umfange ist, hervorbringen lasse.
401 Wenn sich im Gegentheile zeigt, daß wohl ein jedes **M** ein **A**, aber nicht | umgekehrt ein jedes **A** ein **M** sey: so ist **M** *zu enge*; und es ist zu schließen, daß wir entweder unter die Vorstellungen **m**, **n**, **o**, **p**, … einige aufgenommen haben, die wirklich keine Theile von **A** sind, oder daß wir sie wenigstens nicht auf die rechte Art verknüpften. Wir müssen also versuchen, ob wir entweder durch bloße Versetzung der Theile, oder wenn dieses nicht angeht, durch Weglassung einiger eine Vorstellung, die gleichen Umfanges mit **A** ist, hervorbringen können. Hieraus ergibt sich von selbst, was wir zu thun haben, wenn die Prüfung zeigt, daß weder alle **M** unter **A**, noch alle **A** unter **M** stehen. So wie hier nämlich beide nur eben erwähnte Fehler gleichsam vereinigt erscheinen: so müssen wir auch beide Verbesserungsweisen vereinen, gewisse Bestandtheile aus **M** weglassen, und andere dagegen aufnehmen. Ist es uns endlich gelungen, eine Vorstellung **M** zu erzeugen, welche die obige Prüfung bestehet: so folgt zwar hieraus allein noch nicht, daß **M** und **A** einerlei sind, denn die geforderte Beschaffenheit würden ja beide Vorstellungen auch haben, wenn sie nur bloße *Wechselvorstellungen* wären. Haben wir aber **M** nur durch Verknüpfung von Vorstellungen **m**, **n**, **o**, **p**, …, die uns als liegend in **A** erschienen sind, gebildet: so ist nicht wahrscheinlich, daß **M** und **A** von einander verschieden seyn werden, wenn sie doch beide einerlei Umfanges sind; es wäre denn, daß die Vorstellung **A** überfüllt (§. 69.[3]) ist, wo es sich dann allerdings fügen könnte, daß wir **M** aus weniger Theilen zusammengesetzt hätten, als in **A** wirklich gedacht werden, und daß gleichwohl beide einerlei Umfang haben. Hiegegen würde nur eine öftere und recht aufmerksame Betrachtung der Vorstellung **A** verwahren können.

Zu dem Ausspruche, daß ein Begriff **M** *einfach* sey, dürfen wir uns (meine ich) nur dann berechtiget halten, wenn es uns nach den vielfältigsten Versuchen nicht gelingen will, aus gewissen andern, den Begriff **M** sicher nicht als Bestandtheil in sich schließenden Begriffen **A**, **B**, **C**, .. einen Begriff [**A**, **B**, **C**, …] darzustellen, der sich als gleichgeltend mit **M** erweiset, d.h. der eben dieselben Gegenstände wie dieser vorstellet. Es däucht mir nämlich dieß eine Beschaffenheit, die allen einfachen Begriffen beiwohnt, daß keiner der-
402 selben | einen ihm gleichgeltenden hat, es wäre denn einen solchen, in dem er selbst schon als Bestandtheil vorkommt. So scheint es sich aus nachste-

[3] **Bolzano**(1,11/2), S. 117–122.

hender Betrachtung zu ergeben. Ist der Begriff **M** einfach, so muß es, meine ich, doch eine oder etliche Wahrheiten von der Form: **M** hat **p**, geben, die sich als unabhängige Grundwahrheiten ansehen lassen. Sind aber **M** und [**A**, **B**, **C**, ..] Wechselbegriffe, so gibt es zu jeder Wahrheit von der Form: **M** hat **p**, auch eine ihr ganz gleichgeltende von der Form: [**A**, **B**, **C**, ..] hat **p**. Wenn also jene eine Grundwahrheit ist, muß es auch diese seyn. Allein Sätze der letzteren Form sehen doch gar nicht wie unabhängige Wahrheiten aus; sondern von der Beschaffenheit der einzelnen Vorstellungen **A**, **B**, **C**, .., die als Bestandtheile in ihrer Subjectvorstellung erscheinen, also von gewissen Wahrheiten der Form: **A** hat α, **B** hat β, **C** hat γ, u. s. w. muß es abhängen, ob sie als wahr oder falsch sich erweisen. Wir gerathen also auf einen Widerspruch, wenn wir annehmen, daß ein einfacher Begriff einen ihm gleichgeltenden habe. – Wie dem auch sey, das wenigstens wird sich behaupten lassen, daß wir den größten Verdacht wider uns haben, wenn wir einen Begriff **M** für einfach erklären, obgleich es einen Begriff [**A**, **B**, **C**, ...] gibt, von dem wir gestehen müssen, daß er dieselben Gegenstände wie **M** vorstellt. Denn wodurch wollen wir uns, wenn nur einleuchtend genug ist, daß keine der Vorstellungen **A**, **B**, **C**, .. die **M** schon als Bestandtheil einschließe, versichern, daß **M** und [**A**, **B**, **C**, ..] ein Paar wirklich verschiedener Vorstellungen sind? Der bloße Umstand, daß wir uns in dem Gedanken von **M** keiner Bestandtheile, wie **A**, **B**, **C**, .., bewußt sind, ist nach Allem, was wir hierüber gelegenheitlich schon angemerkt haben, ein Grund, dem wahrlich nur ein sehr geringes oder gar kein Gewicht zustehet. So mögen also z. B. auch noch so viele Gelehrte den Begriff der *Möglichkeit* (oder des *Könnens*) für einen einfachen gehalten haben: ist nur gewiß, daß die §. 182.[4] gegebene Erklärung in der That einen Begriff von gleichem Umfange aufstellt, so wird man mir auch nicht abstreiten können, daß Möglichkeit ein zusammengesetzter Begriff sey, und daß ich ihn dort richtig erklärt habe. Denn daß die Begriffe, aus denen | ich jene Erklärung zusammensetzte (namentlich die Begriffe: Wirklichkeit, Verneinung, reine Begriffswahrheit u. s. w.[5]) nach den Erklärungen, die ich von denselben wieder in andern Paragraphen gegeben, den Begriff der Möglichkeit nicht schon in sich schließen, wird man hoffentlich nicht läugnen. 405

[4] **Bolzano(1,12/2), S. 55–63.**

[5] **Nach § 182.1 ist ein Gegenstand *x möglich*, wenn es keine reine Begriffswahrheit der Form α *hat Mangel an Dasein* gibt, wobei *x* ein Gegenstand der Vorstellung an sich α ist. Nach § 182.4 ist ein Satz an sich der Form α *hat b möglich*, wenn es keine reine Begriffswahrheit der Form α *hat Mangel an b* gibt.**