BERNARD BOLZANO-GESAMTAUSGABE

HERAUSGEGEBEN VON EDGAR MORSCHER

BEGRÜNDET VON JAN BERG, FRIEDRICH KAMBARTEL,

JAROMÍR LOUŽIL, BOB VAN ROOTSELAAR UND EDUARD WINTER

REIHE I

SCHRIFTEN

BAND 1

MATHEMATISCHE SCHRIFTEN

1804 – 1810

BERNARD BOLZANO

MATHEMATISCHE SCHRIFTEN
1804–1810

HERAUSGEGEBEN

VON STEVE RUSS UND EDGAR MORSCHER

FROMMANN-HOLZBOOG VERLAG · ECKHART HOLZBOOG

STUTTGART-BAD CANNSTATT 2020

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation
in der Deutschen Nationalbibliografie;
detaillierte bibliografische Daten sind
im Internet über ⟨http://dnb.dnb.de⟩ abrufbar.
ISBN: 978-3-7728-2290-2

www.frommann-holzboog.de
Satzgestaltung: satz&sonders GmbH, Dülmen
Druck und Einband: Memminger MedienCentrum
Gedruckt auf säurefreiem und alterungsbeständigem Papier

INHALTSVERZEICHNIS

VORWORT

In der Reihe I der Bernard-Bolzano-Gesamtausgabe (BGA) erscheinen von allen Schriften Bolzanos, die bereits zu seinen Lebzeiten veröffentlicht wurden, kritische Neuausgaben. Im Rahmen dieser Reihe sind bisher schon 26 Einzelbände erschienen; acht davon entfallen auf das von Jaromír Loužil herausgegebene *Lehrbuch der Religionswissenschaft* und 12 auf Jan Bergs kritische Neuausgabe der *Wissenschaftslehre*. Dabei handelt es sich um die beiden Hauptwerke Bolzanos, die noch zu seinen Lebzeiten erschienen sind. Sein mathematisches Hauptwerk – die *Größenlehre* – konnte Bolzano leider nicht mehr vollenden (es erscheint in der Reihe IIA der Nachgelassenen Schriften – drei Bände davon wurden bereits veröffentlicht). Bolzano hatte seine Publikationstätigkeit sogar mit einer mathematischen Schrift begonnen: die *Betrachtungen über einige Gegenstände der Elementargeometrie* (1804) waren seine erste Veröffentlichung.

Obwohl Bolzano im Jahr 1805 die Professur für Religionslehre an der Universität Prag übernommen hatte, mit welcher neben der umfangreichen Vorlesungstätigkeit auch die ihn stark in Anspruch nehmende Verpflichtung zur Abhaltung der sogenannten Erbauungsreden verbunden war, erschien bereits 1810 sein zweites Buch im Druck, das wiederum der Mathematik – oder genauer: der Philosophie der Mathematik – gewidmet war: die *Beyträge zu einer begründeteren Darstellung der Mathematik*. Bolzano beschäftigt sich darin mit dem Begriff der Mathematik und ihrer Einteilung sowie mit der mathematischen Methode.

Diese beiden ersten Schriften Bolzanos zur Geometrie und zu Fragen der Philosophie der Mathematik erscheinen hier in einer kritischen Neuausgabe als Bd. 1 der Reihe I der BGA. Beide Werke wurden nach ihrer Erstveröffentlichung zwar mehr als nur einmal nachgedruckt bzw. neu herausgegeben, aber diese Neuausgaben liegen schon wieder viele Jahre zurück. Außerdem wurde dabei fast immer (Ausnahmen sind Bolzano(1a) und (2a)) nur das in Fraktur-Schrift gedruckte Original photomechanisch wiedergegeben, obwohl heutzutage selbst in deutschsprachigen Ländern immer weniger Menschen die Fraktur-Schrift lesen können. Vor allem wurde für diese Ausgaben jedoch kaum Quellenforschung betrieben. Daher soll hier in Band 1 der Reihe I der BGA auf den Hauptzweck und auf den Wert der kritischen Ausgaben von Bolzanos Schriften im Rahmen der BGA verwiesen werden, und zwar auch von denjenigen Schriften, die – wie diejenigen der Reihe I – bereits zu Bolzanos Lebzeiten veröffentlicht und zum Teil inzwischen auch schon neu aufgelegt wurden.

1. Der Hauptzweck der BGA besteht darin, Bolzanos Veröffentlichungen, Manuskripte, wissenschaftliche Tagebuchaufzeichnungen und Briefe zu erhalten und der Forschung dauerhaft zugänglich zu machen. Aus heutiger Sicht – es liegen inzwischen ja schon mehr als 100 Einzelbände der BGA vor – mag diese Zielsetzung vielleicht unterschätzt werden. Um die wissenschaftliche Bedeutung und Tragweite dieses Unternehmens richtig einschätzen zu können, muß man sich jedoch in die Zeit versetzen, zu welcher die BGA begründet wurde. Der erste Band der BGA erschien im Jahr 1969, also lange vor dem Fall des Eisernen Vorhangs und dem Einzug der elektronischen Medien in die wissenschaftliche Forschungsarbeit. Ein Großteil von Bolzanos (zum Teil auch heute noch) unveröffentlichten Manuskripten, wissenschaftlichen Tagebüchern, Notizbüchern sowie Briefen, Handschriften und Erbauungsreden-Konzepten lag damals hinter dem Eisernen Vorhang, und niemand konnte voraussehen, ob und in welcher Form diese wertvollen Archivbestände überhaupt erhalten und für Forscherinnen und Forscher aus dem Westen zugänglich bleiben. Um dies auch unter den damaligen politischen Verhältnissen und deren Fortbestand (der damals noch von allen erwartet wurde) zu gewährleisten, ließ Jan Berg mit großem Weitblick (durch Vermittlung von Jaromír Loužil) Kopien von allen wichtigen im Prager Literaturarchiv verwahrten Bolzano-Materialien anfertigen, die er im Westen (nämlich in seinem Haus in Gauting bei München) archiviert hat. (Frau Dr. Jenny Berg, die Tochter von Jan Berg, hat nach dem Tod ihres Vaters diese Kopien dankenswerterweise dem Bolzano-Archiv der Universität Salzburg zur Aufbewahrung übergeben.)

2. Mit der bloß »materiellen« Erhaltung der Archivmaterialien ist es aber noch lange nicht getan, denn die Manuskripte, Tage- und Notizbücher sowie Briefe wurden von Bolzano in Kurrentschrift niedergeschrieben, die heute nur noch wenige lesen können und daher transkribiert werden müssen, um für Forscherinnen und Forscher wirklich zugänglich zu sein. Wesentlich erschwerend erwies sich dabei jedoch die Tatsache, daß sich Bolzano vor allem in seinen wissenschaftlichen Tage- und Notizbüchern, aber oft auch in wissenschaftlichen Manuskripten einer extremen Kurzschrift bediente, die sich selbst dem in Kurrentschrift geschulten Auge als unleserliches Gekritzel darbietet.

Zur Entzifferung des Gekritzels und zur Ergänzung der zahlreichen extremen Abkürzungen sind nicht nur Kenntnisse von Bolzanos zum Teil merkwürdigen Schreibgewohnheiten erforderlich; um aus dem Buchstaben- und Satzzeichengewirr einen sinnvollen Satz entstehen zu lassen, benötigt man umfangreiche philosophische, mathematische und naturwissenschaftliche Kenntnisse historischer und systematischer Art. Jan Berg und Bob van Rootselaar waren wohl (für wie lange noch?) die einzigen, welche all diese für die Transkription von Bolzanos philosophischen, mathematischen und physikalischen Handschriften erforderlichen Fähigkeiten besaßen. Nur durch diese Transkriptionsarbeit bleibt jedoch Bolzanos wissenschaftliches Werk für die Forschung erhalten und zugänglich. Damit erweist sich die BGA als »unzertifizierter« Bestandteil des Weltkulturerbes.

3. Die kritische Edition von Bolzanos Schriften im Rahmen der BGA beruht außerdem wesentlich auf der dazugehörigen Quellenforschung. Der Wiener und der Prager Bolzano-Nachlaß sind in den Einleitungsbänden E2/1 und E2/2 der BGA in Katalogform aufgeschlüsselt. Diese Nachlässe bilden nicht nur die Quelle für die Editionen in den Reihen IIA (Nachgelassene Schriften) und IIB (Wissenschaftliche Tagebücher) der BGA, sondern werden auch zu Korrektur- und Ergänzungszwecken bei der Edition von Schriften im Rahmen der Reihe I herangezogen. Die Editionen und Übersetzungen von Bolzanos Schriften, die bisher außerhalb der BGA erschienen sind, verzichten meistens auf eigene Quellenforschungen und stützen sich dabei auf die BGA.

4. Da die Erhaltung dieser Quellen und die Aufrechterhaltung der Zugänglichkeit zu ihnen lange Zeit (nämlich bis zum Fall des Eisernen Vorhanges) nicht gewährleistet war, hat Jan Berg strikte Editionsrichtlinien für die BGA eingeführt (publiziert im Einleitungsband E2/1 der BGA). Bei der Ausarbeitung dieser Richtlinien hatte Jan Berg in erster Linie die Editionen im Rahmen der Nachlaßreihen IIA und IIB im Auge, bei denen diese Richtlinien gewährleisten sollten, daß die Benützer/innen der BGA aus dem gedruckten Text die handschriftliche Vorlage eindeutig rekonstruieren können. Dies ist für eine wissenschaftliche Edition unerläßlich und war ganz besonders wichtig, solange man keinen freien Zugang zu den betreffenden Archivmaterialien hatte und nicht einmal ohne weiteres Kopien davon beschaffen konnte. Die für eine solche Edition notwendige Markierung der durch die Herausgeber ergänzten Teile der überaus zahlreichen und nur mit umfassenden Sachkenntnissen und viel Kreativität zu entschlüsselnden Abkürzungen mittels Klammern unterschiedlicher Art hat unkundige Kommentatoren und Rezensenten immer wieder zu unberechtigter Kritik an der BGA veranlaßt.

Obwohl heute all diese Quellen prinzipiell zugänglich sind, ist der tatsächliche Zugang zu ihnen in den meisten Fällen so kompliziert, daß sich nur sehr wenige Forscherinnen und Forscher dieser Mühe unterziehen. Die BGA bietet dafür einen wertvollen Ersatz. So haben die von Jan Berg eingeführten Editionsrichtlinien der BGA auch heute noch ihre volle Berechtigung und erfüllen nach wie vor eine wichtige Aufgabe für die Bolzano-Forschung.

5. Schließlich werden in den kritischen Editionen der BGA die von Bolzano oft nur ungenau angeführten und nicht immer leicht identifizierbaren Bücher und Aufsätze, auf die er sich bezieht, in einer jedem Band angefügten Bibliographie genau registriert, und die von Bolzano erwähnten Personen werden, soweit es sich dabei nicht ohnedies um allgemein bekannte Persönlichkeiten aus der Geschichte, Wissenschaft, Philosophie, Literatur usw. handelt, im Personenregister kurz charakterisiert. Diese letzte Aufgabe einer kritischen Edition hat heute aufgrund der allgemeinen Verfügbarkeit elektronischer Medien selbstverständlich an Gewicht verloren; sie war aber nicht nur in den ersten Jahrzehnten der BGA von nicht zu unterschätzender Bedeutung, sondern bietet auch heute noch eine willkommene Hilfe für alle Benützerinnen und Benützer der BGA, die noch über keine ausreichenden Kenntnisse im Bereich der Bolzano-Forschung verfügen.

Da mit dem vorliegenden ersten Band der Reihe I der BGA auch die Edition der restlichen Bände dieser Reihe gestartet wird, erschien es uns angebracht, an dieser Stelle nochmals auf den Zweck der BGA und die mit ihr verbundenen Aufgaben hinzuweisen. Dieser Hinweis sei mit einem Dank an alle verbunden, die zum Gelingen der Bernard-Bolzano-Gesamtausgabe bisher beigetragen haben oder noch beitragen werden.*

Salzburg, im Frühjahr 2019

EDGAR MORSCHER
Herausgeber der BGA

* Die Editionsarbeit am vorliegenden Band wurde durch ein Projekt der Österreichischen Akademie der Wissenschaften gefördert, wofür an dieser Stelle herzlich gedankt sei.

BERNARD BOLZANO

BETRACHTUNGEN ÜBER EINIGE GEGENSTÄNDE DER ELEMENTARGEOMETRIE

Herausgegeben von Steve Russ und Edgar Morscher

EINLEITUNG DER HERAUSGEBER

Die Schrift *Betrachtungen über einige Gegenstände der Elementargeometrie* war Bolzanos erste Veröffentlichung überhaupt. Sie ist eines von fünf mathematischen Werken, die vor seiner Absetzung als Professor der Religionslehre an der Universität Prag im Jahre 1820 erschienen sind. Jedes von diesen Werken hat seinen eigenen Charakter und dient einem anderen Zweck, und außerdem ist auch jedes in einem anderen Verlag erschienen.

In Bolzanos frühen Arbeiten kommt deutlich zum Vorschein, daß er zwar die Mathematik seiner Zeit bewunderte, aber auch zutiefst unzufrieden mit ihr war. So kritisierte er an der damaligen Mathematik vor allem, daß grundlegende Begriffe unzureichend definiert, die Sätze innerhalb der Theorien nicht sachgerecht angeordnet und die Beweise für sie mangelhaft waren. Bis zu seinem Tod bemühte sich Bolzano, diesen unbefriedigenden methodologischen Zustand der damaligen Mathematik zu verbessern.

Zum Inhalt der Betrachtungen

Bereits in Bolzanos mathematischem Erstlingswerk, den *Betrachtungen über einige Gegenstände der Elementargeometrie* (1804, von nun an kurz: *Betrachtungen*), tritt zutage, welches Hauptanliegen er mit seinen mathematischen Untersuchungen bis zu seinem Lebensende verfolgt: Es geht ihm in diesen Arbeiten in erster Linie um eine methodologische Erneuerung der Mathematik. Diese war nach Bolzano erforderlich, um die methodologischen Defizite der damaligen Mathematik (vor allem im Hinblick auf die Erklärungen von Begriffen und die Beweise von Lehrsätzen) zu beheben. So beanstandet Bolzano z. B., daß viele Mathematiker – darunter auch Abraham Gotthelf Kästner – den Begriff der Bewegung zum Beweis von rein geometrischen Lehrsätzen eingesetzt haben. Bei den Beweisen von grundlegenden Lehrsätzen über Dreiecke und Parallelen wurden in Mathematik-Lehrbüchern meistens Lehren von der Ebene vorausgesetzt, die jedoch nach Bolzano ihrerseits mit Hilfe der Lehre von den Dreiecken zu begründen sind. So bemüht sich Bolzano in *Teil I* der *Betrachtungen*, die Lehre von Dreiecken und Parallelen allein aus der Theorie der geraden Linie abzuleiten (siehe S. [9] der Originalpaginierung).

Der Lehrsatz, den Bolzano in § 59 zu beweisen versucht, sieht oberflächlich dem Axiom, das durch John Playfair bekannt wurde, sehr ähnlich. Dieses sogenannte Playfair-Axiom ist eine Version des Parallelen-Postulats, bei welcher – im Gegensatz zu Bolzanos Version – die Einschränkung auf eine Ebene vorausgesetzt wird. Bolzanos Beweis entspricht seiner in I § 24 angekündigten Absicht, »[...] mittelst der Lehre von der Ähnlichkeit der Dreiecke, die bekannte Lücke in der Theorie der Parallelen zu ergänzen«. Traditionell bezieht man sich mit der Rede von der »Lücke« in der Theorie der Parallelen auf die vielen erfolglosen Versuche, das (relativ komplizierte) Parallelen-Postulat aus den wesentlich einfacheren Axiomen von Euklid abzuleiten. Das kann jedoch nicht Bolzanos Ziel gewesen sein, da er ja Euklids Methode und seine Axiome fast völlig ablehnte. Statt dessen wollte Bolzano den Satz von den Parallelen aus der Theorie der Ähnlichkeit von Dreiecken ableiten. Bolzano wußte nicht, daß John Wallis bereits 1663 einen Beweis für das Parallelen-Postulat vorgeschlagen hatte, allerdings unter expliziter Verwendung des Begriffs der Bewegung, was Bolzano abgelehnt hätte. (Weitere Details dazu findet man in Gray(1), S. 58.)

Der »künftig aufzustellenden Theorie der geraden Linie« (S. 57 der Originalpaginierung) widmet Bolzano in *Teil II* der *Betrachtungen* eine Reihe origineller »Gedanken«, mit denen er zumindest zeigen möchte, wie er eine solche Theorie »zu erbauen dächte« (S. 63 der Originalpaginierung).

Überlieferung

Bolzanos Manuskript der *Betrachtungen* ist nicht erhalten, scheint aber korrekt wiedergegeben worden zu sein. Von der ersten Ausgabe (Bolzano(1)) sind nur mehr wenige Exemplare erhalten, doch ist eine elektronische Fassung verfügbar (URL: http://dml.cz/dmlcz/400338). Ein erster kommentierter Nachdruck der *Betrachtungen* erfolgte in Bolzano(68.1), S. 5–49. Eine Faksimile-Ausgabe der *Betrachtungen* (und der anderen frühen mathematischen Arbeiten) ist in Bolzano(96), S. 1–80, sowie in Russ(1), S.A10 – A86, enthalten. Übersetzt wurden die *Betrachtungen* bisher nur ins Englische, und zwar zunächst – im Paralleldruck mit dem deutschen Original – in Russ(1), S.A10 – A86; die Übersetzung der *Einleitenden Vorrede* (S.A12 – A21) wurde in Ewald(1), S. 172–173,

Betrachtungen

über

einige Gegenstände

der

Elementargeometrie

von

Bernard Bolzano.

Τας ἐπιδοσεις ὁρωμεν γιγνομενας, και των τεχνων, και των ἀλλων ἁπαντων, οὐ δια τους ἐμμενοντας τοις καθεστωσιν, ἀλλα δια τους ἐπανορθουντας, και τολμωντας ἀει τι κινειν των μη καλως ἐχοντων. Isocr. Evag.

Prag, 1804.
in Commission bey Karl Barth.

Betrachtungen

über

einige Gegenstände

der

Elementargeometrie

von

Bernard Bolzano.

Prag, 1804.
in Commission bey Karl Barth.

Τας ἐπιδοσεις ὁρωμεν γιγνομενας, και των τεχνων, και των ἀλλων ἁπαντων, οὐ δια τους ἐμμενοντας τοις καϑεστωσιν, ἀλλα δια τους ἐπανορϑουντας, και τολμωντας ἀει τι κινειν των μη καλως ἐχοντων. Isocr.[ates] Evag.[oras][1]

1 Isokrates, Orationes IX Evagoras, § 7:
[...]τὰς ἐπιδόσεις ἴσμεν γιγνομένας καὶ τῶν τεχνῶν καὶ τῶν ἄλλων ἁπάντων οὐ διὰ τοὺς ἐμμένοντας τοῖς καθεστῶσιν, ἀλλὰ διὰ τοὺς ἐπανορθοῦντας καὶ τολμῶντας ἀεί τι κινεῖν τῶν μὴ καλῶς ἐχόντων (Isokrates(1), Bd. 2, S. 236).

»Wissen wir doch, daß auch in den Künsten und in allen anderen Bereichen Fortschritte nicht durch Menschen erzielt werden, die bei den bestehenden Verhältnissen verharren, sondern durch Menschen, die Verbesserungen anbringen und den Mut haben, immer etwas zu ändern, was nicht gut ist« (Isokrates(2), Bd. 2, S. 4: Reden IX Euagoras, § 7). In der Originalausgabe von 1804 steht dieses Motto (ohne Übersetzung) auf dem Titelblatt zwischen dem Namen des Autors (»Bernard Bolzano.«) und der Angabe von Erscheinungsort und Erscheinungsjahr (»Prag, 1804«).

Dem
Hochwürdigsten, Hochgelehrten und
Wohlgebornen

Herrn, Herrn
Stanislaus Wydra,

Director und Professor der Mathematik, emeritirten Rector Magnificus, Domherrn bey Aller Heiligen etc. etc.

zum Beweise
einer unbegränzten Hochachtung und Dankbarkeit

gewidmet

von seinem ehemaligen Schüler
dem Verfasser.

EINLEITENDE VORREDE.[a]

Es ist nicht unbekannt, daß die Mathematik nebst dem ausgebreiteten Nutzen, den ihre *Anwendung* auf das praktische Leben gewährt, auch noch einen zweyten kaum geringern, obgleich nicht so in die Sinne fallenden Nutzen durch Übung und Schärfung des Verstandes, durch die wohlthätige Beförderung einer *gründlichen Denkart* liefern könne; einen Nutzen, welchen der Staat vornehmlich beabsichtigt, wenn er das Studium | dieser [2]
Wissenschaft von jedem Akademiker verlangt. Wie ich nun den kühnen Wunsch nicht unterdrücken konnte, zu dem steten Fortschreiten dieser so vortrefflichen Wissenschaft auch etwas beyzutragen: so habe ich – nach meinen subjectiven Neigungen – bisher größern Theiles nur die Vervollkommnung der speculativen Mathematik, d. i. der Mathematik, in wiefern sie den zweyterwähnten Nutzen leisten soll, mir in meinen Nebenstunden zum Gegenstande der Betrachtung vorgesetzt.

Es ist nöthig, hier ein Paar der Regeln zu erwähnen, die mir bey diesem Geschäfte unter andern nach meiner Meinung oblagen.

Erstlich stellte ich mir die Regel auf, daß ich mich durch keine *Evidenz eines Satzes* von der Verbindlichkeit los zähle, noch einen Beweis für denselben aufzusuchen, – so lange, bis ich deutlich einsähe, daß und warum sich durchaus kein Beweis fernerhin | fordern lasse. Wenn es wahr ist, [3]
daß überall deutliche, richtige, in der vollkommensten Ordnung verbundne Vorstellungen leichter zu fassen sind, als hie und da noch verworrne und unrichtige: so muß man das Bestreben alle Wahrheiten der Mathematik bis auf ihre letzten Gründe zu entwickeln, und dadurch allen Begriffen dieser Wissenschaft die möglichste Deutlichkeit, Berichtigung und Ordnung zu verschaffen, für ein Bestreben ansehn, das nebst der *Gründlichkeit* auch noch die *Leichtigkeit* des Unterrichts befördern wird. Und wenn es ferner wahr ist, daß aus den ersten Vorstellungen, wenn sie deutlich und richtig

[a] In der Originalausgabe sind die Seiten der *Einleitenden Vorrede* nicht numeriert.

aufgefaßt sind, auch viel mehreres geschlossen werden kann, als wenn sie noch verworren da liegen: so muß diesem Bestreben auch zum *dritten* ein möglicher Nutzen zur *Erweiterung* der Wissenschaft zugestanden werden. Davon gibt die ganze Mathematik die klärsten Beyspiele. Was konnte einst
[4] überflüssiger geschienen haben, als wenn|Thales (oder wer sonst der Erfinder der ersten geometrischen Beweise war) sich viele Mühe gab zu beweisen, daß die Winkel an der Grundl.[inie] des gleichsch.[enkligen] Dreiecks gleich seyen, da dieß doch dem gemeinsten Menschenverstande offenbar ist; aber jener zweifelte gar nicht, *daß* es sich so verhalte: sondern nur wollte er wissen, *warum* der Verstand diesen nothwendigen Ausspruch thue? Und siehe, indem er so die Elemente eines verdekten Schlusses hervorzog und zum deutlichen Bewußtseyn brachte: so erhielt er dadurch den Schlüssel auch zu neuen und dem gemeinen[b] Menschenverstande nicht mehr einleuchtenden Wahrheiten. Die Anwendung ist leicht.

Zweytens muß ich anzeigen, daß ich mich auch bey einem völlig strengen Beweise noch nicht befriedigen zu dürfen glaubte, *wenn derselbe nicht aus den Begriffen*, welche die zu beweisende **thesis** enthält, *selbst hergeleitet ist*,
[5] sondern sich vielmehr ir-|gend eines zufälligen, fremdartigen *Mittelbegriffes* bedient, welches allemal eine fehlerhafte μεταβασις ἐις ἀλλο γενος[2] ist. Hieher zählte ich in der Geometrie den Fehler, daß man alle Sätze von Winkeln und Verhältnissen gerader Linien gegeneinander (in Dreiecken) mittelst *Betrachtung der Ebene* erweiset, wozu in den **thesibus** gar keine Veranlassung enthalten ist. Hieher zähle ich auch den Begriff der *Bewegung*, den manche Mathematiker zu Beweisen reingeometrischer[c] Wahrheiten angewandt haben. Zu diesen gehört selbst Kästner (z. B. Geom.[etrie] II. Thl., Grunds.[atz] v.[on] d.[er] Ebne).[3] – Nikolaus Mercator, der eine besonders

b Im Original: »gemeinem«.

c Im Original: »reingeometrischen«.

2 μετάβασις εἰς ἄλλο γένος (Übergang zu einer anderen Gattung). Bolzano verwendet diese auf Aristoteles (*An. Post.* 75ᵃ38) zurückgehende Bezeichnung für einen Beweisfehler u. a. auch in Bolzano(2), S. 117, Bolzano(6), S. 6, und in WL IV 297. Vgl. Aristoteles(1), S. 30 f.

3 Der »Grundsatz von der Ebne« lautet wie folgt: »Eine gerade Linie, von welcher zween Punkte in einer Ebene sind, befindet sich ganz in dieser Ebene. [...] Da aber die Ebene, in welcher diese gerade Linie ist, sich um sie als um eine Axe drehen kann, so bestimmen drey Punkte die Lage einer Ebene; und also ist jeder ebene Winkel, und jedes Dreyeck, in einer Ebene« (Kästner(1), S. 351 f.).

systematische Geometrie[4] einzuleiten versuchte, nahm darein den Begriff der Bewegung als wesentlich auf. Endlich behauptete auch *Kant*, daß die Bewegung, als *Beschreibung* eines Raums zur Geometrie gehöre. Seine Distinction (Krit.[ik] d.[er] r.[einen] Vern.[unft], S. 155)[5] hebt meine Zweifel gegen die Nothwendigkeit, ja|nur Zulässigkeit dieses Begriffes in der reinen [6] Geometrie auf keine Weise – aus folgenden Gründen:

Erstlich kann *ich* wenigstens nicht ersehen, wie die Vorstellung der Bewegung möglich seyn soll ohne der Vorstellung eines (obgleich nur eingebildeten) *beweglichen Objects* im Raume, das man *vom* Raume selbst noch unterscheidet; indem man, um die Vorstellung der Bewegung zu erhalten, nicht etwa nur unendlich viele *gleiche* Räume nebeneinander denken, sondern *ein und dasselbe Ding* successiv in verschiedenen Räumen als seinen *Orten* annehmen muß. Rechnet nun selbst *Kant* den Begriff eines Objects unter die *empirischen* Begriffe; oder gestehet man mir doch, daß der Begriff eines vom Raume noch, *unterschiedenen* Dinges in einer Wissenschaft, die *bloß* vom *Raume* selbst zu handeln hat, fremdartig sey: so darf man auch den|Begriff der Bewegung in der Geometrie nicht dulden. [7]

Anderns setzt, so viel ich meine, die Lehre der Bewegung die vom Raume schon voraus, d. h. wenn man die *Möglichkeit* einer gewissen Bewegung, die man zum Behufe eines geom.[etrischen] Lehrsatzes aufgenommen, auch beweisen sollte; so würde man zu eben diesem geom.[etrischen] Satze seine Zuflucht nehmen müssen. Ein Beyspiel giebt der oben angeführte Grunds.[atz] v.[on] d.[er] Ebene (bey Kästner). Weil nun die Annahme jeder Bewegung zum Beweise ihrer Möglichkeit (und den ist man *doch* schuldig) eigne Lehrsätze vom Raume voraussetzt: so muß es eine Wissenschaft von diesem geben, welche allen Begriffen von jener vorangeht. Dieses heißt und ist nun die reine Geometrie.

4 Mercator(1).

5 Die Unterscheidung, auf die hier Bezug genommen wird, läßt sich auf eine Fußnote bei Kant(1), S. 155, zurückführen: »Bewegung eines *Objekts* im Raume gehört nicht in eine reine Wissenschaft, folglich auch nicht in die Geometrie; weil, daß Etwas beweglich sei, nicht a priori, sondern nur durch Erfahrung erkannt werden kann. Aber Bewegung, als *Beschreibung* eines Raumes, ist ein reiner Actus der sukzessiven Synthesis des Mannigfaltigen in den äußeren Anschauung überhaupt durch produktive Einbildungskraft, und gehört nicht allein zur Geometrie, sondern sogar zur Transzendentalphilosophie.«

BIBLIOGRAPHIE

Werke, die sich in Bolzanos Privatbibliothek befunden haben, werden mit dem Zusatz »[BB ...]« versehen, wobei anstelle der drei Punkte die Ziffer des Werkes steht, unter welcher es in Berg & Morscher (7) und (8) registriert ist.

»BBF« steht für: *Beiträge zur Bolzano-Forschung*.
»BGA« steht für: *Bernard Bolzano-Gesamtausgabe*.
»WL« steht für: *Wissenschaftslehre* (Bolzano(19)).

ADELUNG, Johann Christoph

(1) *Grammatisch-kritisches Wörterbuch der Hochdeutschen Mundart*, 4 Bde. (Leipzig 1793–1801).

ANONYMA

(1805/1) [Besprechung von Bolzano(1).] *Neue Leipziger Literaturzeitung* (Leipzig 1805), Bd. 3, 95.Stück (24. Juli), Sp.1515–1517.

(1806/1) [Besprechung von Bolzano(1).] *Allgemeine Literatur-Zeitung* 22 (Halle und Leipzig 1806), Bd. 1, Nr. 29 (3. Februar), Sp.231–232.

(1808/1) [Besprechung von Bolzano(1).] *Heidelbergische Jahrbücher der Literatur* 1 (Heidelberg 1808), Abt. 4: Mathematik, Physik und Kameralwissenschaften, S. 156–158.

(1808/2) [Besprechung von Vieth(1) und (2).] *Neue Leipziger Literaturzeitung* (Leipzig 1808), Bd. 3, 81.Stück (6. Juli), Sp.1288–1294.

(1810/1) [Besprechung von Bolzano(2).] *Heidelbergische Jahrbücher der Literatur* 3 (Heidelberg 1810), Abt. 4: Mathematik, Physik und Kameralwissenschaften, S. 313–314.

(1811/1) [Besprechung von Bolzano(2).] *Annalen der Literatur und Kunst in dem Oesterreichischen Kaiserthume* 1811 (Wien), Heft 5 (Mai), S. 147–152.

(1811/2) [Besprechung von Bolzano(1).] *Annalen der Literatur und Kunst in dem Oesterreichischen Kaiserthume* 1811 (Wien), Heft 5 (Mai), S. 152–153.

ARISTOTELES

(1) *Zweite Analytik/Analytica Posteriora. Griechisch – Deutsch* [– – –] *Übersetzt, mit einer Einleitung und Anmerkungen herausgegeben von Wolfgang Detel* (Hamburg 2011).

BEHBOUD, Ali

(3) *Bolzanos Beiträge zur Mathematik und ihrer Philosophie* (Bern 2000).

BEMERKUNGEN

(1) *Bemerkungen über die Theorien der Parallelen des Herrn Hofprediger Schultz und der Herren Gensichen und Bendavid* (Libau 1796). [BB 1133]

BENDAVID, Lazarus

(1) *Ueber die Parallellinien. In einem Schreiben an Herrn Hofrath Karsten* (Berlin 1786).

(2) *Versuch einer logischen Auseinandersetzung des Mathematischen Unendlichen* (Berlin 1789).

BERG, Jan, MORSCHER, Edgar (Hg.)

(7) *Bernard Bolzanos Bibliothek, Teil I* (Sankt Augustin 2002). [BBF 14.]

(8) *Bernard Bolzanos Bibliothek, Teil II* (Sankt Augustin 2002). [BBF 15.]

BERTRAND, Louis

(1) *Développement nouveau de la partie élémentaire des mathématiques, prise dans toute son étendue. En deux Volumes* (Genève 1778).

BOLZANO, Bernard

(1) *Betrachtungen über einige Gegenstände der Elementargeometrie* (Prag 1804).

(1a) Nachdruck von Bolzano(1). *Bolzano(68.1)*, S. 5–49.

(1b) Considerations on some objects of elementary geometry. *Russ(1)*, S.A10 – A86.

(1c) Reprographischer Nachdruck von Bolzano(1). *Bolzano(96)*, S. 1–80.

(1d) Englische Übersetzung der »Einleitenden Vorrede« von Bolzano(1). *Ewald(1)*, S. 172–173. [Im wesentlichen identisch mit Russ(1), S.A12 – A21.]

(2) *Beyträge zu einer begründeteren Darstellung der Mathematik. Erste Lieferung* (Prag 1810).

PERSONENREGISTER

SACHREGISTER